

N. Abou-El-Naga

Frankfurt a. M. 1981



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550813_0042

Ankopplung eines Teilchens
im verallgemeinerten Kollektivmodell

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik der

Johann Wolfgang Goethe-Universität

zu Frankfurt am Main

von

Nagwa Abou-El-Naga

aus

Kairo - Ägypten

Frankfurt am Main

1981



Gedruckt mit Genehmigung des Fachbereiches Physik der
Johann Wolfgang Goethe-Universität zu
Frankfurt am Main.

Dekan:	Professor Dr. R. Bass
Leiter der Arbeit:	Professor Dr. W. Greiner
Erstgutachter:	Professor Dr. W. Greiner
Zweitgutachter:	Professor Dr. J.A. Maruhn

Tag der mündlichen Prüfung: 2.11.1981

Inhaltsverzeichnis

	Abstract	1
I.	Einleitung	2
II.	Das verallgemeinerte kollektive Model für u-g-Kerne	
1.	Kollektive Modelle	6
2.	Der Hamiltonoperator	10
2.1	Der g-g Rumpf-Hamiltonoperator	10
(a)	Basistensoren der $O(5)$ Gruppe	11
(b)	Das kollektive Potential	12
(c)	Die kollektive kinetische Energie	14
2.2	Der Einteilchenhamiltonoperator	15
3.	Die Wellenfunktionen	22
III.	Realistische Einteilchen-Wellenfunktionen	
1.	Die Einteilchen-Wellenfunktionen	28
(a)	Effekt der variablen Fermikante	31
(b)	Die neuen Einteilchen-Wellenfunktionen	35
2.	Konstruktion der neuen Einteilchen-Wellen- funktionen	37
(a)	Konstruktion des Tensors $A_{m\tau\lambda}^i$	37
(b)	Bestimmung der Wellenfunktionen $\psi_{m_i}^{d_i}$	41
(c)	Der Überlapp der neuen Wellenfunktionen mit den Nilsson-Wellenfunktionen	48
IV.	Die Matrixelemente des u-g-Kerns	
1.	Das Kopplungsschema	52

2.	Eigenfunktionen des fünfdimensionalen harmonischen Oszillators	54
3.	Die Basis für den u-g-Kern	61
4.	Matrixelemente und Diagonalisierung	62
	(a) Migdal-Methode: (Born-Oppenheimer-Näherung) ...	63
	(b) Matrixelemente	67
	(c) Das Radial-Matrixelement	73
	(d) Auswahlregeln	76
5.	Das Problem des Grundzustand-Spins in u-g-Kernen - Analogie zur Theorie der molekularen Zustände	77
V.	Spektren der u-g-Kerne	
1.	Experimenteller Überblick	82
2.	Der Kern Tm	82
3.	Der Kern Ir	95
4.	Die Trägheitsmomente der u-g-Kerne	106
VI.	Vergleich zwischen IBFM und dem allgemeinen u-g-Kern-Modell	118
VII.	Zusammenfassung und Ausblick	129
	Literaturverzeichnis	132
	Lebenslauf	138
	Danksagung	140

Abstract

A dynamical coupling of a single particle-hole to an arbitrary potential energy surface (PES) is used to describe the low and high energy levels of the spectra of odd-even nuclei. For such a dynamical coupling we construct a single particle wave-function which depends analytically on the deformation parameters β , γ . The calculation of the matrixelements are simplified by the use of an analytical basis for the 5-dimensional harmonic oscillator, which make the determination of the high spin states attainable. Furthermore, the utilization of a general potential energy surface allows the description of all the possible limits of the collective motion. The spectra of Tm and Ir nuclei are calculated with this model.

Kapitel I

Einleitung

Die Beschreibung eines u-g Kerns durch Zerlegung in einen Rotator-Core und ein Leuchtnukleon mit einer Coriolis-Kopplung zwischen den beiden Systemen wurde schon vor einiger Zeit eingeführt (1). Die attraktiven Eigenschaften des Modells sind die Erhaltung des totalen Drehimpulses $J = L + J_1$, wobei L der Rotator-Drehimpuls und J_1 der Teilchen-Drehimpuls sind, sowie die Anschaulichkeit des physikalischen Bildes. Diese Methode wurde auch von Faessler (2) und Soloviev (3) benutzt, wobei sie für das u-g System einen symmetrischen Rotator mit Teilchen-Vibrationen annahmen. Dieses Modell wurde später erweitert, um die entkoppelten Banden mit Spinfolge (J, J+2, J+4,...) beschreiben zu können. Meyer-ter-Vehn (4) hat diese Banden als triaxialen Rumpf mit einem gekoppelten Leuchtnukleon erklärt. Dadurch wurden sowohl Banden hohen als auch niedrigen Spins wiedergegeben. Toki (5) und Faessler (6) verbesserten das triaxiale Modell durch die Annahme, dass sie Hochspinzuständen ein grösseres Trägheitsmoment zuordneten als Zuständen niedrigen Spins. In diesem triaxialen Modell (4-6) wurde aber der Basisraum der Einzelteilchen aus sphärischen J-Schalen konstruiert. Dies ist eine unphysikalische Vorstellung, weil die Wechselwirkung zwischen Teilchen und Rumpf gross genug ist, so dass das Teilchen dem im allgemeinen deformierten kollektiven Feld folgt.

Leander (7, 8) benutzt einen anharmonischen g-g Core und

koppelt daran das ungerade Teilchen, wobei er deformierte Phononenzustände zur Diagonalisierung des kollektiven Quadrupol-Hamiltonoperators verwendet.

Döna u und Fraundorf (9) führten eine Technik ein, mit der sie einige Probleme in deformierten Potentialen innerhalb des sogenannten "intermediate Coupling" Schemas behandeln konnten.

In den Arbeiten von Droste et al. (10) und Döna u und Hagmann (11) werden sphärische Teilchen-Orbits angenommen, und man versucht, eine Korrektur für die Deformation durch Einführung eines Polarisations-Faktors vorzunehmen. Dieser Polarisations-Faktor wird unter Benutzung einer starken Näherung berechnet; infolgedessen ist der richtige Übergang zwischen verschiedenen kollektiven Formen nicht mehr sicher, und diese Rechnung gilt nur für angeregte Zustände in der Nähe der Yrast-Bande.

Das Kollektivmodell von Gneuss und Greiner (12) beschreibt alle Arten von kollektiven Bewegungen der g-g Kerne, d.h. dieses Modell enthält das Rotationsmodell (13), das Vibrationsmodell (14) und auch das Rotations-Vibrationsmodell (13). Dieses kollektive Modell geht aus von einem Hamiltonoperator, der die kollektiven Quadrupolkoordinaten und deren konjugierte Impulse in beliebigen Potenzen enthält. Die Potentialenergiefläche des Hamiltonoperators, die die potentielle Energie des Kerns repräsentiert, wurde für mehrere gerade-gerade Kerne (15, 16) bestimmt. Diese Potentialenergieflächen werden durch Anpassen an die experimentellen Spektren der g-g Kerne festgelegt.

Es ist das Ziel der vorliegenden Arbeit, auf der Basis des

verallgemeinerten Gneuss-Greiner-Modells die Struktur von Anregungszuständen in ungeraden deformierten Kernen zu berechnen. Die kernspektroskopischen Daten weisen darauf hin, dass in diesen Kernen neben der Kopplung der Einteilchenbewegung mit der Rotation auch die Wechselwirkung zwischen Teilchenbewegung und Schwingungen zu berücksichtigen ist. Der Hamiltonoperator des Systems muss also Rotationen, Vibrationen, Einteilchenanregungen und die mit diesen Bewegungsformen verknüpften Wechselwirkungen beschreiben.

Durch eine Kopplung des Einteilchenoperators, der eine Wechselwirkung mit den kollektiven Variablen enthält, mit der vorher genannten Potentialenergiefläche (15, 16) des g-g Kerns erhält man den gewünschten Hamiltonoperator für das u-g System. Eine solche Kopplung wurde von Schneider (17) benutzt, aber unter Verwendung einer sphärischen Einteilchen-Basis und unter Berücksichtigung spezieller Terme in der Potentialenergiefläche. Dabei stellte es sich jedoch als unmöglich heraus, die Hochspinzustände des u-g Kerns richtig zu beschreiben.

Diese Arbeit ist wie folgt gegliedert: In Kapitel II wird unser Modell in voller Allgemeinheit vorgestellt. Eine Basis realistischer Einteilchenwellenfunktionen, die analytisch von den Deformations-Parametern β , γ abhängen, wird in Kapitel III eingeführt. Dabei wird auch die Abhängigkeit der Fermikante von β , γ berücksichtigt, wodurch erstmalig garantiert wird, dass das ungerade Teilchen in seiner Bewegung der kollektiven Rumpfbewegung richtig folgt. Die Teilchenniveau-Kreuzungen werden sorgfältig beachtet.

Die neu entwickelte Möglichkeit, die Abhängigkeit der 5-dimensionalen harmonischen Oszillator-Basis von den Deformationsparametern β , γ analytisch angeben zu können (18), hat die Berechnung der Matrixelemente des g-g Kerns erheblich vereinfacht. Die Berechnung der Matrixelemente des u-g Kerns mit dieser neuen Basis wird in Kapitel IV diskutiert; die relative Einfachheit der Rechnung erlaubt uns, mehr kollektive Zustände mit hohen Spins in unserem Diagonalisierungs-Programm mitzunehmen als in bisherigen Rechnungen.

Unser Interesse an einem deformierten Orbit für das Teilchen unter Berücksichtigung der Niveaure Kreuzungen rührt daher, dass das Verhalten der Teilchen-Niveaus eine grosse Rolle in der Bandenstruktur des u-g Kerns spielt, wie wir in Kapitel V ausführen werden. In diesem Kapitel zeigen wir die Berechnung der Spektren des Thuliums und des Iridiums und demonstrieren die Abhängigkeit des Trägheitsmoments von den Deformations-Variablen und vom Spin der Zustände. Eine schöne Eigenschaft unseres kollektiven Modells ist, dass man die Abhängigkeit der Trägheitsmomente vom Spin, die man auch aus einer mikroskopischen Ableitung des effektiven Hamiltonoperators (19) für das Particle-Rotor Modell erhält, leicht sehen kann.

Kapitel II

Das verallgemeinerte kollektive Modell für u-g-Kerne

II.1 Kollektive Modelle

Im kollektiven Modell wird der Kern durch kollektive Koordinaten

$\alpha_{\lambda\mu}$ statt der $3A$ Freiheitsgrade der einzelnen Nukleonen beschrieben. Die kollektiven Koordinaten werden im allgemeinen durch den Ansatz

$$\left. \begin{aligned} R &= R_0 \left(1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu}^* Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right) \\ &= R_0 \left(1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda, -\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.1})$$

für die Kernoberfläche definiert. Hier ist R_0 der Radius, den der Kern besitzen würde, wenn er sphärisch wäre. Der so entstehende Ausdruck muss reell sein, und weil

$$\left. \begin{aligned} Y_{\lambda\mu}^* &= (-1)^\mu Y_{\lambda, -\mu} && \text{gilt,} \\ \alpha_{\lambda\mu} &= (-1)^\mu \alpha_{\lambda, -\mu}^* && \text{sein.} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.2})$$

muss

Das kann man als die Transformation der $\alpha_{2\mu}$ unter Zeitspiegelung interpretieren; denn komplexe Konjugation bedeutet gerade Zeitspiegelung. Wenn man die Paritätstransformation auf die Kugelflächenfunktionen anwendet, dann erhält man

$$\hat{P} (\gamma_{\lambda\mu}) \hat{P}^{-1} = (-1)^\lambda \gamma_{\lambda\mu}$$

Da R skalar ist, bedeutet die Definition der $\alpha_{\lambda\mu}$ in (II.1), dass

$$\hat{P} (\alpha_{\lambda\mu}) \hat{P}^{-1} = (-1)^\lambda \alpha_{\lambda\mu}$$

ist. In unserem Modell beschränken wir uns in (II.1) auf die Quadrupolterme mit $\lambda=2$. Wir gehen davon aus, dass der Term mit $\lambda=0$ einer Kompressionsschwingung des Kerns entspricht, und die Terme mit $\lambda=1$ die Dipolschwingung beschreiben und einer Translation des Schwerpunktes der Quadrupolschwingung entsprechen (12, 13). Da das Volumen des Kerns konstant ist, muss der Term mit $\lambda=0$ verschwinden. Da entsprechend die Bewegung des Kerns als Ganzes nicht zur intrinsischen Energie beiträgt, lassen wir den Term mit $\lambda=1$ auch weg. Die Vibrationen mit $\lambda=3$ entsprechen Oktupolschwingungen und die mit $\lambda=4$ den Hexadekupolschwingungen. Für die verschiedenen Vibrationsmoden hat der Kern die in Fig. (II.1) gezeigten Formen.

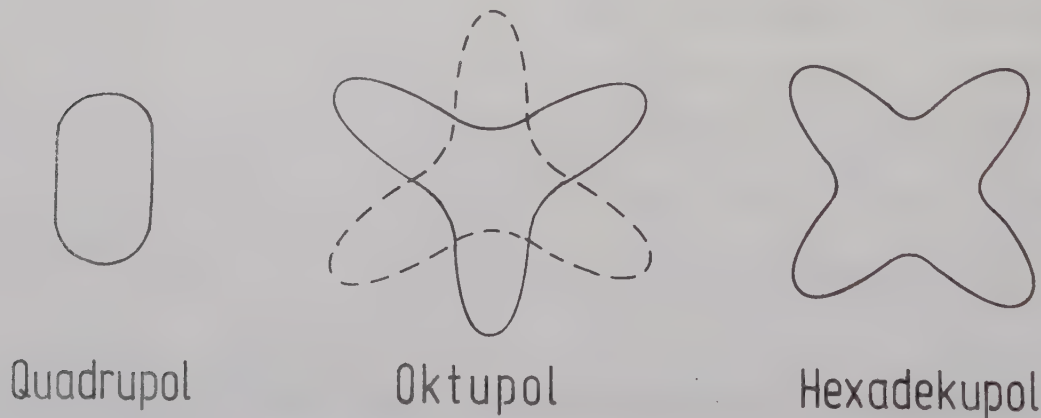


Fig. (II.1)

Wegen der komplizierten Beschreibung der Oktupol- (20) und Hexa-

dekupolvibrationen lassen wir sie zunächst weg und betrachten sie als Korrekturen, die man später hinzufügen kann. Die Oktupolkorrekturen können eine kleine Rolle in den negativen Paritätsbanden bei u-g Kernen spielen.

Wenn nur die $\lambda=2$ Terme mitgenommen werden, dann hat die Oberfläche eines Kerns die Form eines Ellipsoids:

$$R = R_0 \left(1 + \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* Y_{2\mu} \right) \quad (\text{II.3})$$

Es ist im allgemeinen günstiger, den Kern im Hauptachsensystem durch intrinsische Koordinaten $a_{2\mu}$ und die Eulerwinkel zwischen dem intrinsischen und dem Laborsystem zu beschreiben. Da sich die $\alpha_{2\mu}$ wie ein irreduzibler Tensor nach (II.1) transformieren, gilt in diesem Fall

$$a_{2\mu} = \sum_{\mu'} D_{\mu\mu'}^2(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \alpha_{2\mu'} \quad (\text{II.4})$$

$\theta_1, \theta_2, \theta_3$ sind die Eulerwinkel, die die Orientierung des Kerns im Raum beschreiben. Die Grössen $a_{2\mu}$ bestimmen die Kernoberfläche im Hauptachsensystem. Aus Symmetriegründen gilt $a_{21} = a_{2-1} = 0$, $a_{21} = a_{2-1}$ und bei Axialsymmetrie um die 3-Achse zusätzlich $a_{21} = 0$. Die Grössen a_{20} und a_{22} lassen sich mit der Substitution (1)

$$a_0 \equiv a_{20} = \beta \cos \gamma, \quad a_2 \equiv a_{22} = \beta \sin \gamma / \sqrt{2} \quad (\text{II.5})$$

auf neue Koordinaten β, γ umschreiben. Die Kernoberfläche im in-

trinsischen System lautet dann

$$R = R_0 \left(1 + \beta \cos \gamma Y_{20}(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma (Y_{21}(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + Y_{22}(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)) \right) \quad (\text{II.6})$$

Die Winkel , sind im rotierenden Koordinatensystem gemessen.

β , γ werden Deformationsparameter genannt. Jeder Punkt in der β, γ -Ebene in Fig. II.2 repräsentiert eine unterschiedliche Quadrupolform. Es genügt, den Sektor $0 \leq \gamma \leq 60^\circ$ zu betrachten;

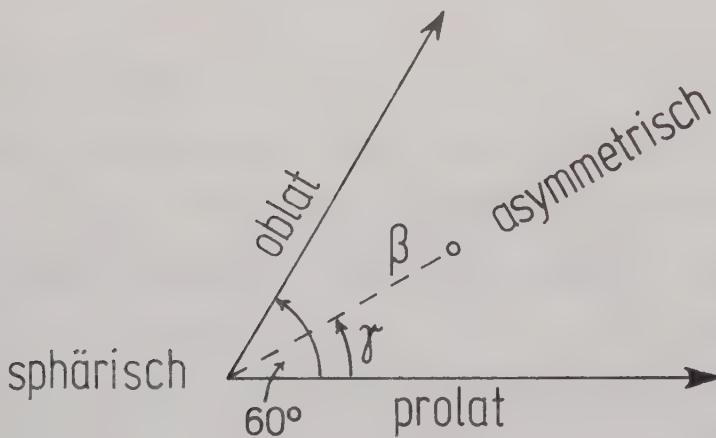


Fig. II.2 β, γ Ebene

denn Punkte in einem anderen Sektor repräsentieren ebenso einen Kern in diesem gezeichneten Sektor, jedoch mit einer anderen Raumorientierung des körperfesten Koordinatensystems (13). Die meisten Ergebnisse werden später in den Parametern β , γ diskutiert.

II.2 Der Hamiltonoperator

Wie in der Einleitung erklärt wurde, konstruiert man den u-g Hamiltonoperator aus einem kollektiven g-g Rumpf-Hamiltonoperator und einem 1-Teilchen-Hamiltonoperator.

II.2.1 Der g-g Rumpf-Hamiltonoperator

Für den g-g Rumpf setzen wir

$$H_c(\alpha, \dot{\alpha}) = T(\pi_{2\mu}, \alpha_{2\mu}) + V(\alpha_{2\mu}) \quad (\text{II.7})$$

Dieser Hamiltonoperator ist in kinetische Energie $T(\pi_{2\mu}, \alpha_{2\mu})$ und potentielle Energie $V(\alpha_{2\mu})$ aufgeteilt. Hier führt man den zum Tensor $\alpha_{2\mu}$ kanonisch konjugierten Impulstensor $\pi_{2\mu}$ ein. Wegen der Zeitspiegelungsinvarianz des Hamiltonoperators gilt

$$\pi_{\lambda\mu}^* = (-1) (-1)^\mu \pi_{\lambda, -\mu} \quad (\text{II.8})$$

Die Vertauschungsrelationen zwischen den kollektiven Variablen $\alpha_{2\mu}$ und ihren kanonisch konjugierten Impulsen $\pi_{2\mu}$ lauten:

$$\begin{aligned} [\pi_{2\mu}, \alpha_{2\mu'}] &= -i\hbar \delta_{\mu\mu'} \\ [\pi_{2\mu}, \pi_{2\mu'}] &= 0 = [\alpha_{2\mu}, \alpha_{2\mu'}] \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

An dieser Stelle ist es nötig, über die Basistensoren der $O(5)$ -Gruppe zu sprechen, weil man daraus das Potential $V(\alpha_{2\mu})$ konstruiert und sie später für die Einteilchen-Wellenfunktionen gebraucht werden.

(a) Basistensoren der $O(5)$ Gruppe

Kumar und Baranger (21) konnten spezielle Polynome zweiter Ordnung in α durch Basistensoren ausdrücken. Noack (22) hat jedes beliebige Polynom $|\alpha^n, L M\rangle$ in den kollektiven Koordinaten α , das sich unter Rotation wie ein Tensor mit Rang L transformiert, durch die Basistensoren klassifiziert. Solch ein Polynom nennt man Basistensor, wenn es sich nicht als ein Produkt schreiben lässt aus einem Tensor mit demselben Rang L , aber niedrigerer Stufe $\acute{n}$ und einem skalaren Polynom in α :

$$|\alpha^{\acute{n}}; L M\rangle \quad . \quad |\alpha^{n-\acute{n}}; 0\rangle \quad (II.10)$$

Ein Polynom der Ordnung n in α wird durch seine Transformationseigenschaften unter der Gruppe $U(5)$ und ihren Untergruppen $O(5)$ und $R(3)$ charakterisiert und mit Hilfe der Phononenzahl n , der Seniorität λ und des Drehimpulses L klassifiziert. Sie werden hier mit $|\alpha^n; \lambda\mu, L M\rangle$ bezeichnet. Wir wollen nun für einen gegebenen Rang L die Basistensoren angeben. Noack hat für $L=0$ gezeigt, dass es ausser dem trivialen Ausdruck $|\alpha^0; 0\rangle = \text{konstant}$ noch die folgenden Ausdrücke gibt:

$$\left. \begin{aligned} I^{(2)} &= |\alpha^2; \lambda = 0, 0\rangle = [\alpha \times \alpha]_0^0 \\ I^{(3)} &= |\alpha^3; \lambda = 3, 0\rangle = [\alpha \times \alpha \times \alpha]_0^0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.11})$$

wobei: $[\alpha \times \alpha]_m^l$ eine Abkürzung für die folgende Kopplung darstellt:

$$[\alpha \times \alpha]_m^l = \sum_{\mu \mu'} \begin{pmatrix} 2 & 2 & l \\ \mu & \mu' & m \end{pmatrix} \alpha_{2\mu} \alpha_{2\mu'}$$

Die Regeln für die Basistensoren mit beliebigem L können hier kurz beschrieben werden: Es muss

$$\lambda \leq L \leq 2\lambda - 2 \quad \text{oder} \quad 2\lambda = L$$

gelten.

Als Beispiel nehmen wir $L=2$: Die Basistensoren, die mit diesen Regeln gefunden werden, sind α_{2M} , $[\alpha \times \alpha]_M^2$

Für α_{2M} gilt die Regel $2\lambda = L$, und $[\alpha \times \alpha]_M^2$ erfüllt die andere Regel $\lambda \leq L \leq 2\lambda - 2$. Für einen Tensor wie $[\alpha \times \alpha \times \alpha]_M^2$ kann man auch $[\alpha_{2\mu} \times [\alpha \times \alpha]_0^0]_M^2$ schreiben; somit ist er kein Basistensor.

(b) Das kollektive Potential

Das Potential muss invariant unter Achsen-Rotation sein. Das heisst, es enthält nur die Skalare, die man aus dem Tensor $\alpha_{2\mu}$ aufbauen kann. Die beiden Basistensoren mit $L=0$ lassen sich

durch die Deformationsparameter β, γ darstellen:

$$\left. \begin{aligned} I^{(2)} &= [\alpha \times \alpha]_0^0 = \beta^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \right) \\ I^{(3)} &= \left[[\alpha \times \alpha]^{[2]} \times \alpha^{[2]} \right]^{[0]} = \beta^3 \cos 3\gamma \cdot \left(-\sqrt{\frac{2}{35}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.12})$$

Die Konstanten in Klammern () können weggelassen und in die Potentialparameter hineingesteckt werden. Der allgemeine Ausdruck für dieses Potential enthält alle möglichen Funktionen von β^2 und $\beta^3 \cos 3\gamma$.

Mit anderen Worten können wir nach β und $\cos 3\gamma$ entwickeln. Nur muss man dabei aufpassen, dass Singularitäten im Endlichen nicht auftreten dürfen (z.B. der Term $1/\beta$). Wir machen deshalb den Ansatz

$$V(\beta, \cos 3\gamma) = \sum_{\rho, \mu} V_{\rho\mu} \beta^\rho (\cos 3\gamma)^\mu \quad (\text{II.13})$$

$\rho > 0, \mu \geq 0$

Hier darf ρ nicht Null sein: Der triviale Term mit $\rho=0$ und $\mu=0$ ist nur eine Skalierung des Potentialnullpunktes und wird vernachlässigt. Da wegen (II.12) das Potential nicht von γ allein abhängen darf, dürfen Terme mit $\rho=0$ und $\mu \neq 0$ auch nicht auftreten.

In der Praxis müssen wir den Bereich von ρ und μ nach oben beschränken. In der Arbeit von Gneuss (12) und Sedlmayer (15) sind die speziellen Terme mit $0 < \rho = 2\hat{\rho} + 3\mu \leq 6$ mitgenommen worden, d.h.

$$V_G(\beta, \gamma) = \sum_{\rho, \mu}^{2\rho+3\mu \leq 6} C_{\rho\mu} \beta^{2\rho+3\mu} (\cos 3\gamma)^\mu \quad (\text{II.14})$$

Die Parameter $C_{\rho\mu}$ wurden so bestimmt, dass die experimentellen Energieniveaus des g-g Kerns, die $B(E_2)$ -Werte und Quadrupolmomente möglichst gut reproduziert wurden.

In der Hess'schen Arbeit (16) sind die Parameter $V_{\rho\mu}$ für $0 < \rho \leq 10$ und $0 \leq \mu \leq 10$ mit einer automatischen Suchroutine ausgerechnet worden. In dem Programm wurde ein "Least Square Fitting" der theoretischen Ergebnisse an die experimentellen Daten durchgeführt, um die besten Anpassungsparameter zu finden.

(c) Die kollektive kinetische Energie

Die kollektive kinetische Energie im Laborsystem ist in niedrigster Ordnung in den kollektiven Variablen gegeben durch

$$T = \frac{1}{2} B_2 \sum_{\mu} (-1)^\mu \dot{\alpha}_\mu \dot{\alpha}_{-\mu} \quad (\text{II.15})$$

oder in kurzer Form

$$T = \frac{1}{2} B_2 [\pi * \pi]^{[0]}$$

Eine Erweiterung der kinetischen Energie ist folgendermassen möglich (16):

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} B_2 [\pi \times \pi]^{[0]} + \frac{1}{3} P_3 \{ \alpha^2 \times [\pi \times \pi]^{[2]} \}^{[0]} \\
 & + P_4 [[\pi \times \pi]^{[0]} \times [\pi \times \pi]^{[0]}]^{[0]} \\
 & + \sum_{\ell=0,2,4} \frac{1}{6} P_\ell \{ [\alpha \times \alpha]^\ell \times [\pi \times \pi]^\ell \}^{[0]} \quad (\text{II.16})
 \end{aligned}$$

wobei die geschweifte Klammer $\{ \}$ in (II.16) eine Symmetrisierung gegenüber einer beliebigen Permutation der Kopplung von α und π bedeutet.

Um die kinetische Energie vom Laborsystem auf Eulerwinkel und intrinsische Koordinaten zu transformieren (13), benutzt man (II.4). Für den ersten Term gilt

$$T = \frac{1}{2} B_2 \sum_{\mu} \dot{a}_{\mu}^* \dot{a}_{\mu} + \frac{1}{2} \sum_k \omega_k^2 J_k(a_0, a_2) \quad (\text{II.17})$$

wobei $J_k(a_0, a_2)$ die Trägheitsmomente sind. Ihre Abhängigkeit von der Deformation und dem Drehimpuls wird später in Abschnitt V.4 diskutiert.

II.2.2 Der Einteilchenhamiltonoperator

Dieser Hamiltonoperator soll das ungerade Teilchen beschreiben und muss neben dessen kinetischer und potentieller Energie noch einen Kopplungsterm zwischen kollektiver und Einteilchenbewegung enthalten. Als ein einfacher mathematischer Ansatz für das ungerade Teilchen bietet sich ein isotroper harmonischer Oszillator

an, der eine Spin-Bahn-Kraft und einen ℓ^2 -Term als Korrektur des zu diffusen Kernrandes enthält (24) - verglichen mit dem Wood-Saxon-Potential. Dieser Operator lautet:

$$\begin{aligned} H \text{ sphärisch} &= -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 + C \vec{\ell} \cdot \vec{s} + D \ell^2 \quad (\text{II.18}) \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_0(\vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s}) \end{aligned}$$

Den Konstanten C und D in dem sphärischen Potential $V_0(\vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s})$ gibt man aus Bequemlichkeitsgründen die Form

$$C = -2 \hbar \omega_0 K, \quad D = -\hbar \omega_0 K \mu \quad (\text{II.19})$$

C bestimmt die Stärke der Spin-Bahn-Kraft. Der Term $D \ell^2$ korrigiert die Radialabhängigkeit des Potentials, indem er die Energie von Zuständen mit grossem Bahndrehimpuls, in denen sich die Nukleonen vorwiegend am Kernrand aufhalten, absenkt, da die Energie dieser Zustände durch die Oszillatornäherung überschätzt wird. In dieser Arbeit sind die K und μ aus den Arbeiten von Morović (25) bzw. Ragnarsson (26) et al. genommen worden; sie hängen von der Massenzahl A des Kerns ab. Die Wahl von K, μ ist wichtig, weil man damit die reellen Einteilchen-Niveau-Kreuzungen feststellen kann. Wie wir später sehen werden, spielt dies eine wichtige Rolle bei der Bestimmung der variablen Fermikante des g-g Cores. Eine Abschätzung für die Oszillatorkonstante ω_0 erhält man, wenn man für den mittleren quadratischen Kernradius

setzt:

$$\begin{aligned} \langle R^2 \rangle &= \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A \langle r_i^2 \rangle \\ &\approx \frac{3}{5} (1.2 A^{1/3}) \text{ fm} \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

und die folgende Identität benutzt

$$\frac{m}{2} \omega_0^2 \langle r_i^2 \rangle = \frac{\hbar \omega_0}{2} \left(N_i + \frac{3}{2} \right)$$

Unter Verwendung des Entartungsgrades $(N+1)(N+2)/2$, wobei N die Zahl der Oszillatorquanten ist, kann man $\langle R^2 \rangle$ als Funktion von A näherungsweise berechnen (27). Für $\hbar \omega_0$ folgt damit:

$$\hbar \omega_0 \approx 41 A^{-1/3} \text{ Mev} \quad (\text{II.21})$$

Man hat hier wieder die Annahme verwandt, die wir in der ganzen Arbeit gemacht haben, dass keine Kompressionen durch die Deformation entstehen können.

Weller (28) hat gezeigt, dass sich bei der Annahme eines Wood-Saxon-Potentials anstelle eines harmonischen Oszillators für das Teilchen nur minimale Abweichungen in den Spektren der u-g Kerne ergeben.

Bevor wir über den Kopplungsterm sprechen, müssen wir ein paar Fakten erwähnen: Die kollektive Bewegung ist langsamer als die Teilchen-Bewegung. Die Zeit, die das Teilchen benötigt, um sich einmal um den Kern zu bewegen, beträgt:

$$T_{\text{Teilchen}} \approx 10^{-22} \text{ Sekunden,}$$

und eine typische Zeit für eine Periode der kollektiven Vibrationen ist

$$T_{\text{Oberfläche}} \cong 9 \times 10^{-21} \text{ Sekunden.}$$

Also fliegen die Teilchen etwa hundertmal um den Kern, bevor der Kern eine einzige Vibrationsperiode abschliesst. Das heisst, das Teilchen folgt exakt der kollektiven Bewegung. Die Äquipotentialflächen der Kernoberfläche bestimmen die Dynamik des einzelnen Teilchens, und sie sind bei der adiabatischen Schwingung durch

$$R = R_0 \left(1 + \sum_{\mu} \alpha_{2\mu} Y_{2\mu} \right)$$

beschrieben worden, d.h. wenn die Deformationsparameter $\alpha_{2\mu}$ sich zeitlich um ihren Gleichgewichtswert verändern.

Das durch den g-g-Rumpf erzeugte Kernfeld wird durch die folgende Gleichung beschrieben:

$$V(\alpha_{2\mu}, \vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s}) = V \left(\frac{r}{1 + \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* Y_{2\mu}}, \vec{\ell}, \vec{s} \right) \quad (\text{II.22})$$

Die Form wurde so gewählt, dass die Äquipotentialflächen dieses Potentials bei

$$r = R = R_0 \left(1 + \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* Y_{2\mu} \right)$$

liegen. Eine Taylorreihe um den Ursprung $\alpha_{2\mu} = 0$, wo das Potential $V(0, \vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s}) = V(\vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s})$ ist, kann nach der ersten Ordnung

in α abgebrochen werden:

$$\begin{aligned}
 V(\alpha_{2\mu}, \vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s}) &= V(0, \vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s}) + \sum_{\mu} \left(\frac{\delta V}{\delta \alpha_{2\mu}^*} \right) \alpha_{2\mu}^* \\
 &= V_0(\vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s}) + \sum_{\mu} \left(\frac{dV_0(\vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s})}{dr} \left(\frac{\delta}{\delta \alpha_{2\mu}^*} \frac{1}{1 + \sum_{\nu} \alpha_{2\nu} Y_{2\nu}} \right) \alpha_{2\mu}^* \right) + \\
 &= V_0(\vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s}) - r \left(\frac{dV_0}{dr} \right) \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* Y_{2\mu} + \dots \quad (\text{II.23})
 \end{aligned}$$

Benutzt man das Potential von (II.18), dann ist

$$\frac{dV_0}{dr} = m \omega_0^2 r \quad (\text{II.24})$$

also

$$V(\alpha_{2\mu}, \vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s}) = V_0(\vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s}) - m \omega_0^2 r^2 \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* Y_{2\mu}$$

oder kurz

$$V(\alpha_{2\mu}, \vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s}) = V_0(\vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s}) - m \omega_0^2 r^2 \sqrt{5} [\alpha \times Y]_0^0 \quad (\text{II.25})$$

Wenn man die Taylorreihe bis zur zweiten Ordnung in α entwickelt, erhält man die folgende Reihe

$$V(\alpha_{2\mu}, \vec{r}, \vec{\ell}, \vec{S}) = V(\vec{r}, \vec{\ell}, \vec{S}) - m\omega_0^2 r^2 \left\{ \sqrt{5} [\alpha \times \gamma]_0^0 + \frac{15}{2} \left[[\alpha \times \gamma]_0^0 \times [\alpha \times \gamma]_0^0 \right] + (\sqrt{5}/4\pi) [\alpha \times \alpha]_0^0 \right\} \quad (\text{II.26})$$

Wegen der zu fordernden Invarianz gegenüber Rotation und Zeitumkehr kann diese Funktion in eine Potenzreihe entwickelt werden, deren einzelne Terme skalare Funktionen der irreduziblen Tensoren $\alpha_{\lambda\mu}^*$ sind.

Der dynamische Einteilchen-Hamiltonoperator lautet also :

$$H_{\text{Einteilchen}} = H_{\text{sphärisch}} + V(\alpha_{2\mu}, \vec{r}, \vec{\ell}, \vec{S}) \quad (\text{II.27})$$

Führt man hier die dimensionslose Variable $r = (m\omega_0/\hbar)^{1/2} \vec{r}'$ ein und lässt danach den Strich weg, so erhält der Hamiltonoperator des Teilchens die Form

$$\begin{aligned} H_{\text{Einteilchen}} = & \frac{1}{2} \hbar \omega_0 (-\Delta + r^2) + c \vec{\ell} \cdot \vec{S} + D \ell^2 \\ & - \hbar \omega_0 r^2 \left\{ \sqrt{5} [\alpha \times \gamma]_0^0 \right. \\ & + \frac{15}{2} r^2 \left[[\alpha \times \gamma]_0^0 \times [\alpha \times \gamma]_0^0 \right] \\ & \left. + \frac{\sqrt{5}}{4\pi} [\alpha \times \alpha]_0^0 \right\} \end{aligned}$$

$H_{\text{Einteilchen}}$ führt zum Nilsson-Hamiltonoperator (38), wenn man in $V(\alpha_{2\mu}, \vec{r}, \vec{\ell}, \vec{s})$ nur den ersten Term berücksichtigt und einen axialsymmetrischen Kern mit $\gamma = 0$ oder $\gamma = 60^\circ$ hat. Andere Arbeiten von Faessler (6), Meyer-ter-Vehn (4) sowie Toki (5) enthalten nur den in α linearen Term und entwickeln das Kopplungspotential um einen festen Punkt (β_0, γ_0) , das Minimum der potentiellen Energie des starren Rotators.

II.3 Die Wellenfunktionen

Die u-g-Wellenfunktion wird zusammengesetzt aus der Einteilchen- und der kollektiven g-g-Rumpf-Wellenfunktion. Wir verallgemeinern das früher benutzte "particle-core-coupling" Modell (4-6) dahingehend, dass der u-g-Kernzustand $|A\rangle$ durch gleichzeitige Analyse der kollektiven Zustände $|A-1\rangle$ und $|A+1\rangle$ beschrieben wird, wobei A die u-g-Kern-Nukleonenzahl ist. Man konstruiert $\psi(A)$ entweder aus den g-g-Kern-Wellenfunktionen $\psi(A-1)$, gekoppelt mit einer Teilchen-Wellenfunktion $|J, m\rangle$, oder aus den g-g-Kern-Wellenfunktionen $\psi(A+1)$ gekoppelt mit einer Loch-Wellenfunktion $|\tilde{J}, m\rangle$ (Teilchen-Wellenfunktion im Zeitumkehr-Bild). Dies ist in Fig. (II.3) veranschaulicht.

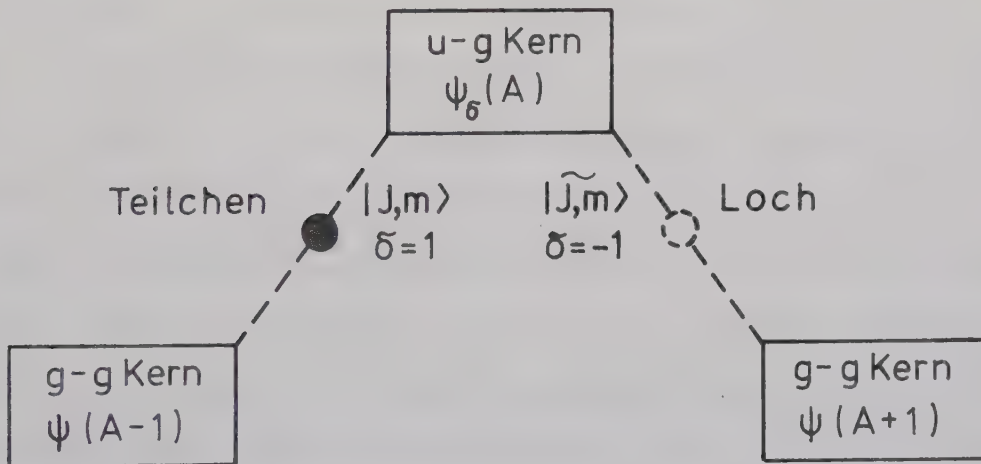


Fig. II.3

Schematische Abbildung für das Ankopplungsschema der Core-Wellenfunktionen mit den Einteilchen-Loch-Wellenfunktionen.

Um diese beiden Zustände zu klassifizieren, werden wir den Klassifizierungsparameter δ einführen, und die Wellenfunktionen $\psi_\delta(A)$ werden wie folgt als Spinor geschrieben:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} \quad (\text{II.29})$$

Wir werden für die $\psi_\delta(A)$ den Ket-Vektor $|JM_J\delta LMJ_1m_1\rangle$ benutzen, wobei J und M_J der totale Drehimpuls und seine Projektion im Laborsystem des u-g-Kerns sind, δ der Teilchen-Loch-Klassifizierungsparameter, L und M der kollektive Drehimpuls des Cores und seine Projektion, und J_1 und m_1 der Einteilchen-(Loch-) Drehimpuls und dessen Projektion.

$\psi(A)$ muss so konstruiert werden, dass $\psi_+(A)$ bei Herausnahme des ungeraden Teilchens in $\psi(A-1)$ übergeht und $\psi_-(A)$ bei Herausnahme des ungeraden Lochs in $\psi(A+1)$.

Wir wollen jetzt folgende Frage beantworten: Von welchem g-g-Nachbarkern sollen wir zum u-g-Kern gehen? Das Problem ist, dass die Güte der Beschreibung des u-g-Kerns von der Ausgangswellenfunktion $\psi(A-1)$ oder $\psi(A+1)$ abhängt, welche man als g-g-Corewellenfunktion benutzt. Einen ähnlichen Fall stellt das Zwei-Zentren-Problem (29) dar, das in Fig. II.4 gezeigt wird.

Die Zwei-Zentren-Wellenfunktionen lassen sich im Bereich I besser in der Basis des Oszillators I entwickeln als in der Basis des Oszillators II. Der Basis I und II entsprechen hier die zwei verschiedenen benutzten g-g-Core-Wellenfunktionen $\psi(A-1)$ und $\psi(A+1)$. Das erklärt die Abhängigkeit der Güte der Wellenfunktio-

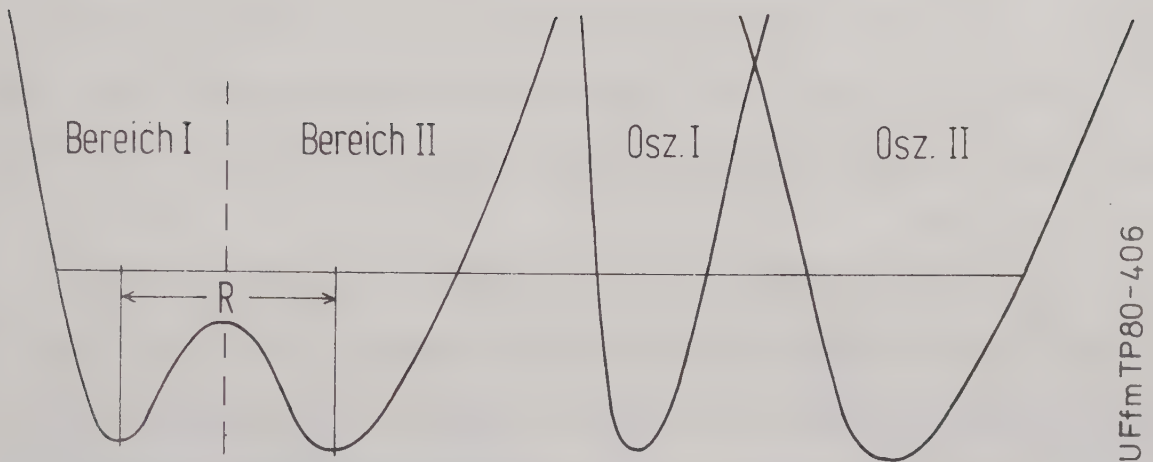


Fig. II.4

Zwei-Zentren-Wellenfunktionen

nen von der Basis, die man benutzt.

Einen weiteren Anhaltspunkt zur Lösung unseres Problems erhalten wir aus den Arbeiten von Belyaev und Zelevinski (30,31). Diese Autoren gehen von einer starken Kopplung der Teilchenbewegung und der kollektiven Bewegung aus und führen zur Beschreibung der kollektiven Anregungen eine verallgemeinerte Dichtematrix R ein, die über dem gesamten Produktraum aus Teilchen- und kollektiven Wellenfunktionen definiert ist. Ist $H_{T,C}$ der

Hamiltonoperator des Gesamtsystems, so finden sie, dass es verschiedene Lösungen der Bewegungsgleichungen $[H_{T,C}, R] = 0$ gibt. Diese verschiedenen Lösungen haben ihren Grund in der Freiheit der Wahl des Hartree-Fock-Grundzustands $|0\rangle$.

Belyaev und Zelevinski finden, dass sich die beste Beschreibung ergibt, wenn man als Grundzustand denjenigen Zustand benutzt, dessen Core-Anteil möglichst gut einer vollständig gefüllten Fermi-See entspricht.

In diesem Sinne werden wir in unserem Problem denjenigen g-g-Core wählen, der die richtige Fermi-See bietet. Döna und Fraundorf (9) diskutieren diesen Punkt und geben eine Näherung dafür an, wobei sie einen unendlichen Massenparameter für die kollektiven Anregungen des Cores ($E_{\text{coll}} \rightarrow 0$) benutzen. Durch diese Näherung und wegen der Annahme, der Rumpf sei ein triaxialer Rotor, waren die Unterschiede zwischen den beiden Rümpfen nicht gross genug, um die beiden Modelle unterscheiden zu können.

In unserem Modell hat jeder Rumpf seine eigene Potential-Energie-Fläche, welche durch die experimentellen Daten der entsprechenden g-g-Kerne festgelegt wird.

Wie wir später noch im Detail zeigen werden, benutzen wir zur Konstruktion der u-g-Wellenfunktionen beide Cores $\psi(A+1)$ und $\psi(A-1)$. Welcher Anteil dabei $\psi(A+1)$ bzw. $\psi(A-1)$ zukommt, wird mit Hilfe eines Variationsprinzips entschieden. Eine exakte Lösung des Variationsproblems garantiert dabei eine optimale Beschreibung des u-g-Kerns (32, 33). Tatsächlich werden wir jedoch in der Praxis der Einfachheit halber nur genäherte Lösungen

des Variationsprinzips verwenden.

Das Variationsprinzip wird dahingehend angelegt, dass die Energien der angeregten Banden relativ zur Grundzustandsbande minimiert wurden. Im einzelnen wurde die folgende Rechnung durchgeführt: Zunächst bringt man den Hamiltonoperator mit Hilfe der verallgemeinerten Dichtematrix (34) in die folgende Form:

$$H = \begin{pmatrix} H_C(A-1) + H_{\text{Teilchen}} & \Delta \\ \Delta & H_C(A+1) + \tilde{H}_{\text{Teilchen}} \end{pmatrix} \quad (\text{II.30})$$

wobei Δ der Gap zwischen den beiden g-g-Rümpfen mit $(A-1)$ und $(A+1)$ Teilchen ist. Die Schrödinger-Gleichung wird in dieser Formulierung so geschrieben:

$$\begin{pmatrix} H_C(A-1) + H_T & \Delta \\ \Delta & H_C(A+1) + \tilde{H}_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+ \otimes \varphi \\ \psi_- \otimes \tilde{\varphi} \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \psi_+ \otimes \varphi \\ \psi_- \otimes \tilde{\varphi} \end{pmatrix} \quad (\text{II.31})$$

wobei H_T der Einteilchenoperator aus (II.26) ist.

$\varphi, \tilde{\varphi}$ sind die Teilchen- bzw. die Loch-Wellenfunktion. E ist der Energieeigenwert; für ihn ergeben sich zwei Lösungen, die durch die nächsten Gleichungen gegeben sind:

$$\begin{aligned} [H_c (A-1) + H_T] [\psi_+ \otimes \varphi] + \Delta [\psi_- \otimes \tilde{\varphi}] &= E_1 [\psi_+ \otimes \varphi] \\ [H_c (A+1) + \tilde{H}_T] [\psi_- \otimes \tilde{\varphi}] + \Delta [\psi_+ \otimes \varphi] &= E_2 [\psi_+ \otimes \varphi] \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

Die Lösungen E_1 und E_2 von (II.32) beschreiben die u-g-Kern Zustände, und man nimmt den Minimalwert von E_1 und E_2 als die physikalische Lösung. Da man den u-g-Kern zum einen aus dem (A-1)-Core durch Addition eines Teilchens, zum anderen aus dem (A+1)-Core durch Addition eines Lochs erhält, spiegelt der Gap Δ zwischen den beiden g-g-Cores im u-g-Kern eine Wechselwirkung zwischen Teilchen und Loch wider. Für den u-g-Kern stellt Δ deshalb eine Paarwechselwirkung dar. Wir haben letztlich Δ als eine von A abhängige Konstante angenommen. Als nullte Näherung können wir jedoch zunächst $\Delta \approx 0$ annehmen, die Rechnung fortführen und versuchen, die Eigenwerte der beiden Gleichungen (II.32) zu bestimmen. Natürlich hängen diese von der Wahl der Einteilchen-Wellenfunktionen φ , $\tilde{\varphi}$ ab. Im nächsten Abschnitt beschäftigen wir uns mit der Frage, welche Einteilchen-Beschreibung man benutzen soll.

Kapitel III

Realistische Einteilchen-Wellenfunktionen

III.1 Die Einteilchen-Wellenfunktionen

Die Existenz des ungeraden Teilchens verursacht im Atomkern verschiedene Wirkungen, z.B. ein höheres Trägheitsmoment, eine Polarisation des Cores und eine Änderung der Paarkorrelationen. Diese Wirkungen sind von Variationen in β , γ begleitet. Weil das Teilchen der kollektiven Core-Bewegung adiabatisch folgt - wie wir in Abschnitt II.2.2 gezeigt haben - müssen die Einteilchen-Wellenfunktionen diese Abhängigkeit des Teilchens von den kollektiven Deformationsparametern β , γ beschreiben können. In Referenz (17) wurden als Einteilchen-Wellenfunktionen Lösungen des sphärischen harmonischen Oszillators benutzt. Wenn man aber die Nilssonschemata (38) in Fig. III.1 a, b betrachtet, sieht man, dass sich die Reihenfolge der Einteilchenzustände mit wachsendem β sehr drastisch ändert. Deshalb ist es nicht möglich (17), mit Hilfe der Basis des harmonischen Oszillators, die unabhängig von β , γ ist, die relativen Abstände der Banden richtig zu repräsentieren. Es kann geschehen, dass man in der Basis des harmonischen Oszillators Zustände mit dem ungeraden Teilchen besetzt, die eigentlich bei der vorhandenen Deformation β von Corenukleonen besetzt sein müssten. Dadurch ist das Pauliprinzip verletzt, weil man in ein bereits vollkommen aufgefülltes Niveau ein weiteres Teilchen - das Leuchtnukleon - einsetzen will. Eine realistische Einteilchen-

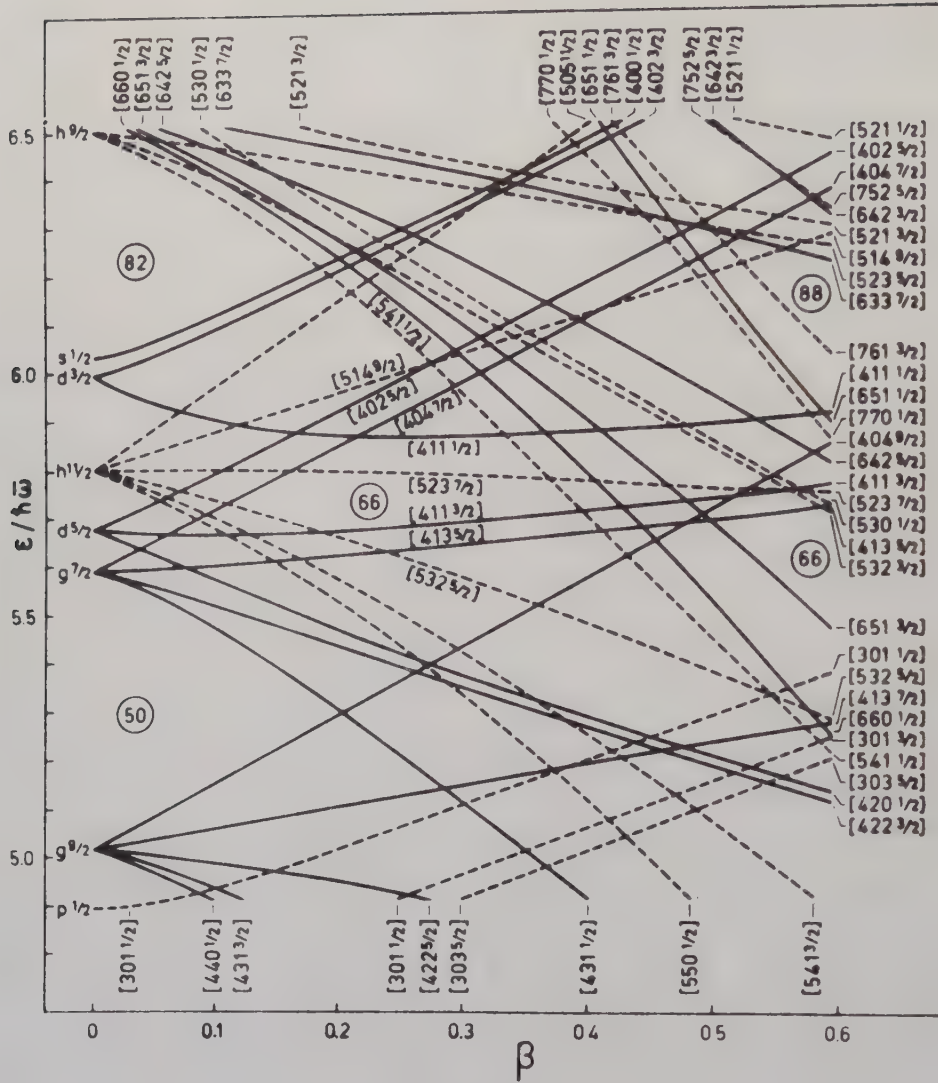


Fig. III.1 a

Protonen-Niveaus in einem prolates Potential. Die Orbitale sind mit den asymptotischen Quantenzahlen $[Nn\Lambda]$ gekennzeichnet. Die Niveaus positiver und negativer Parität sind mit durchgezogenen und gestrichelten Linien dargestellt.

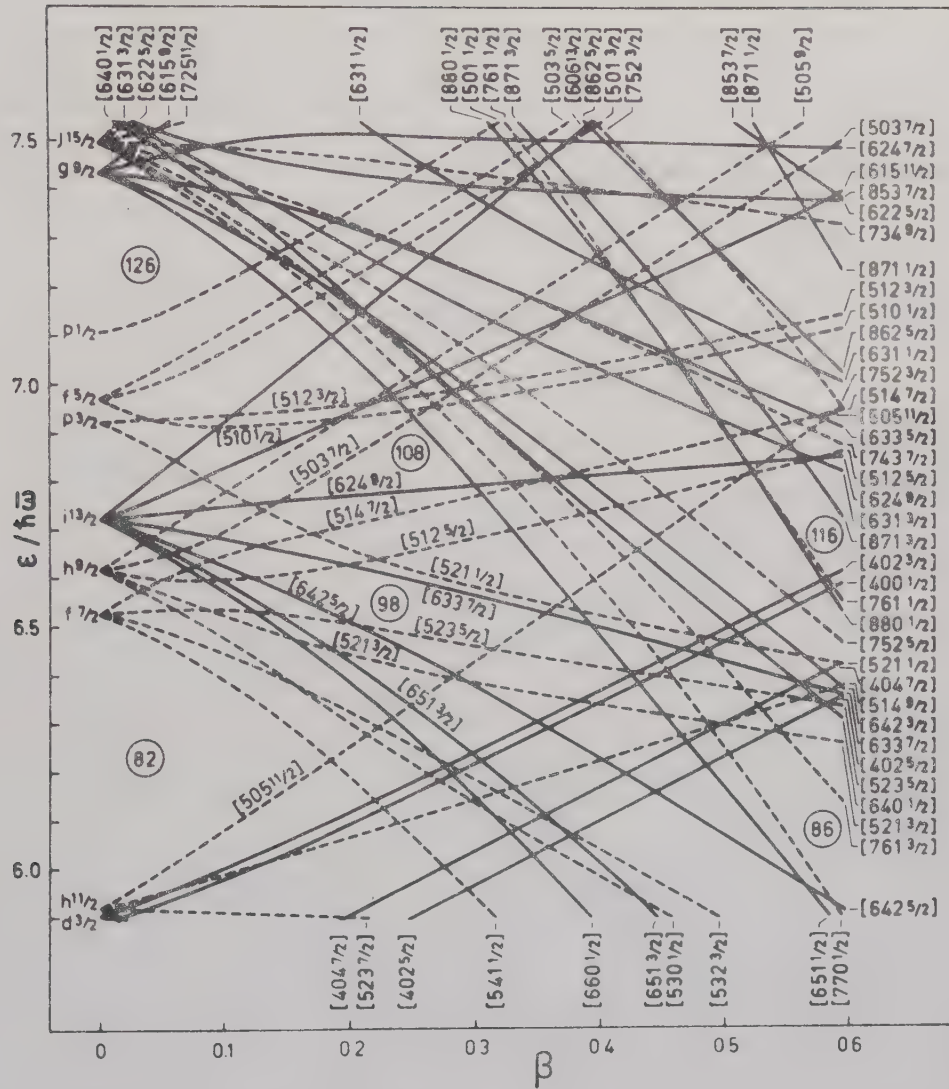


Fig. III.1 b

Neutronen-Niveaus in einem prolaten Potential

Wellenfunktion muss deshalb die folgenden Eigenschaften besitzen:

1. Dynamische Abhängigkeit von den kollektiven Koordinaten $\alpha_{2\mu}$.
2. Kopplung zwischen Rumpfwellenfunktionen und Teilchenwellenfunktion mit Berücksichtigung der variablen Fermifläche; dies wird im nächsten Abschnitt diskutiert.

III.1.a Effekt der variablen Fermikante

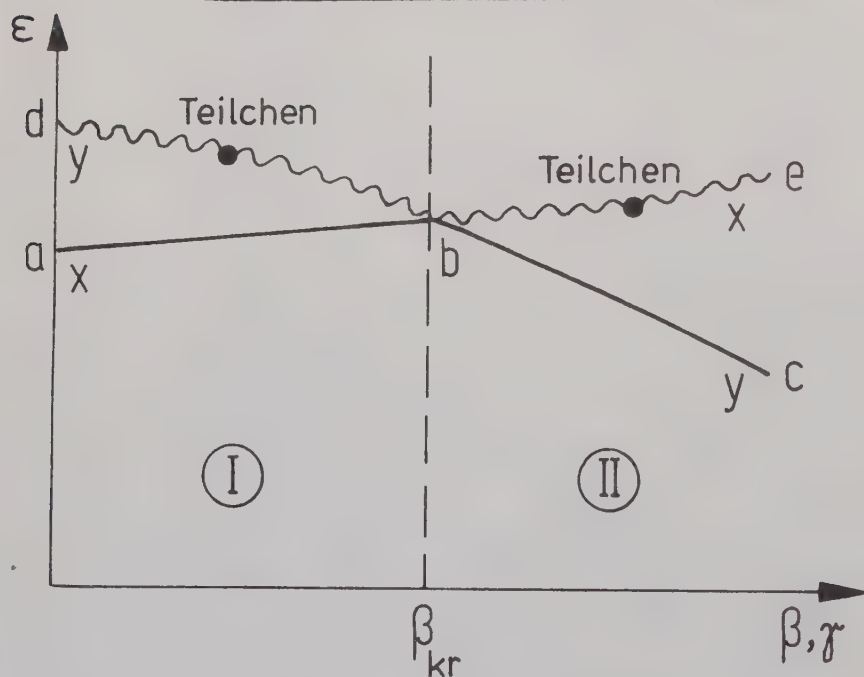


Fig. III.2 a

Variable Fermifläche für den Rumpf $|A-1\rangle$ mit Niveau-kreuzung bei $\beta = \beta_{Kr}$ (schematisch)

In Fig. III.2 a zeigt das X-Niveau den letzten besetzten Zustand in dem Rumpf $|A-1\rangle$ im Bereich I bis $\beta = \beta_{Kr}$; im Bereich II mit $\beta > \beta_{Kr}$ wird jedoch das Y-Niveau der letzte besetzte Zustand des Rumpfes. Das heisst, ein ungerades Nukleon wird im Bereich I

das niedrigste noch freie Niveau, das Y-Niveau besetzen, im Bereich II jedoch das X-Niveau. Die Fermifläche wird also hier durch die Linie abc repräsentiert, und das Einteilchen-Niveau sollte der gewellten Linie dbe entsprechen und somit die variable Fermikante berücksichtigen.

Falls man umgekehrt einen $|A+1\rangle$ -Rumpf hat, wird natürlich die gewellte Linie dem höchsten Niveau entsprechen, in welches man ein Loch setzen kann; dies ist in Fig. III.2 b dargestellt.

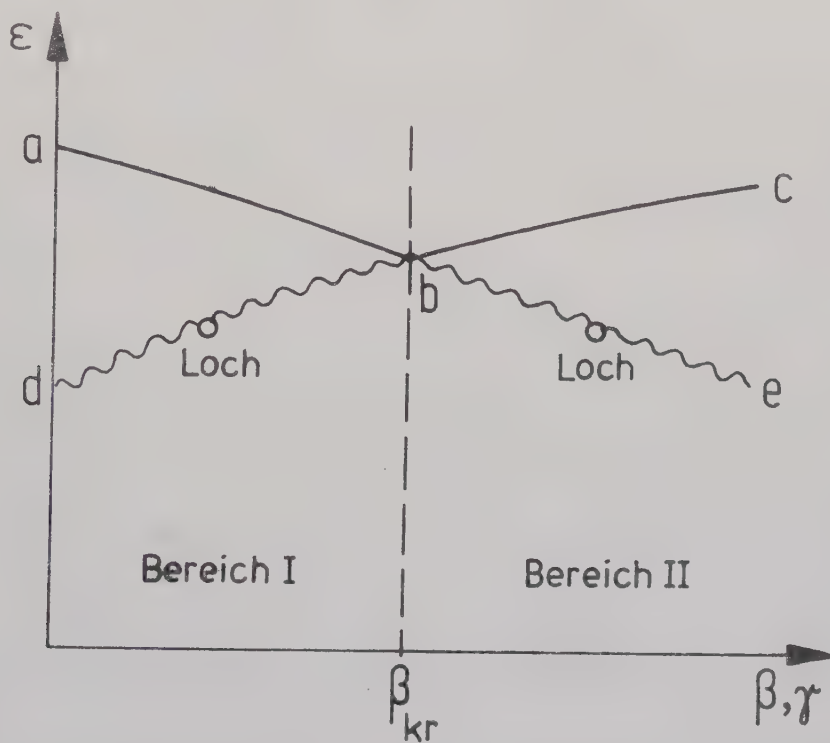


Fig. III.2 b

Variable Fermifläche für Rumpf $|A+1\rangle$ mit Niveaure Kreuzung bei $\beta=\beta_{kr}$ (schematisch)

Mit dieser Wahl der variablen Fermifläche hat man das Pauli-Prinzip gewahrt. Wir beachten, dass nur Kreuzungen zwischen Niveaus derselben Parität berücksichtigt werden müssen. In

Kapitel V wird die Berechnung der Spektren des ungeraden Kerns (Fig. V.5-8, V.13-15) mit und ohne Berücksichtigung der Niveau-Kreuzungen vorgeführt. Man kann daraus ablesen, wie wichtig es ist, die Niveau-Kreuzungen zu beachten und eine variable Fermi-Oberfläche zu benutzen. Nur wenn die Deformation β_{Kr} , bei welcher die Niveau-Kreuzung an der Fermikante eintritt, viel größer als β_0 , die Grundzustandsdeformation des Cores, ist, kann man den Einfluss der Niveau-Kreuzung vernachlässigen. Die Annahme einer konstanten Fermikante des Cores für den u-g-Kern gilt also nur für Kerne mit sehr kleinen stabilen Deformationen β_0 .

In früheren Arbeiten (15, 17) wurde der u-g-Kern im Laborsystem behandelt. Um die analytische Form in β , γ und θ der Wellenfunktion des Rumpfes von Moshinsky (18) benutzen zu können, müssen wir jedoch im intrinsischen System arbeiten. Dann ist es möglich, die Rumpf-Wellenfunktionen für jede Wahl der Deformationsparameter (β, γ) mit den Wellenfunktionen des Nilssonmodells (38) zu koppeln und die Fermikante zu bestimmen. Wir werden zunächst einen Überblick über die Nilssonfunktionen geben.

Die Nilsson-Wellenfunktionen sind in ihrer Form als Entwicklung in der sphärischen harmonischen Basis bekannt:

$$\chi_{Nil} = |N52\rangle = \sum_{jkm} C_{jkm}(\beta_0, \gamma_0) \varphi_{jkm}(\vec{r}) \quad (III.1)$$

Hierbei sind die

$\varphi_{jkm}^{(\dot{r})}$ die Basisfunktionen des sphärischen harmonischen Oszillators in der Laborsystemkoordinate $\dot{r}$,

$N=2n+\ell$ ist die Hauptquantenzahl des harmonischen Oszillators,

und Σ die Projektion auf die Symmetrieachse, falls $\gamma = 0$ oder 60° ist.

Für $\gamma = 0$ oder $\gamma = 60^\circ$ sind $N\Sigma$ die guten Quantenzahlen. Sonst bleibt nur N als gute Quantenzahl.

$C_{jkm}(\beta_0, \gamma_0)$ sind die Entwicklungskoeffizienten. Diese Koeffizienten können durch Diagonalisierung im Raum der Basis φ_{jkm} numerisch für jedes Paar (β_0, γ_0) gefunden werden. j und m bezeichnen dabei den Spin und seine Projektion, und k repräsentiert alle anderen Quantenzahlen des Oszillators wie $N, \ell, n, \dots$

Wie wir jetzt sehen, lässt die Bestimmung der Nilsson-Wellenfunktionen über die Diagonalisierung des Hamiltonoperators nur feste Werte der Deformationsparameter β und γ zu. Für eine dynamische Behandlung ist es jedoch notwendig, Einteilchen-Wellenfunktionen zu haben, in denen die Abhängigkeit von β und γ in analytischer Form angegeben werden kann.

III.1.b Die neuen Einteilchen-Wellenfunktionen

Da der Teilchendrehimpuls j in den Nilsson-Wellenfunktionen keine gute Quantenzahl ist, muss das System noch einen anderen Drehimpuls haben, der mit j gekoppelt eine Erhaltungsgrösse ergibt. Dies kann man sich vorteilhaft zunutze machen, indem man $\chi_{\text{Nil}}(\dot{r}, \beta, \gamma)$ mit Rotationsmatrizen $D_{m, \dot{m}}^{j_1}(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ multipliziert, wobei $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ (später mit θ abgekürzt) die Eulerschen Winkel zwischen dem intrinsischen Koordinatensystem und dem Laborsystem sind. j_1 ist ein halbzahliger Drehimpuls, m_1 und $\dot{m}_1$ sind die Projektionen im Labor- und im intrinsischen System. Im Laborsystem gilt

$$\begin{aligned} \psi_{m_1}^{j_1}(r, \beta, \gamma) &= D_{m_1, \dot{m}_1}^{j_1}(\theta) \chi_{\text{Nil}} \\ &= \sum_{j k m} C_{j k m}(\beta, \gamma) D_{m_1, \dot{m}_1}^{j_1}(\theta) \sum_{\dot{m}} D_{\dot{m} m}^j(\theta) \varphi_{j k \dot{m}}(r) \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

Mit Hilfe einer Additionsrelation (35) für D-Funktionen erhält man:

$$\begin{aligned} \psi_{m_1}^{j_1}(r, \beta, \gamma) &= \sum_{j k m} \left\{ \sum_{\substack{I M_I \\ \dot{m}_I}} C_{j k m}(\beta, \gamma) C_{\dot{m}_1, m \dot{m}_I}^{j_1, j I} D_{M_I \dot{m}_I}^I \right\} \\ &\quad \cdot C_{m_1, \dot{m} M_I}^{j_1, j I} \varphi_{j k \dot{m}}(r) \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

Die Grösse in Klammern $\{ \}$ ist ein Tensor mit Drehimpuls I und Projektion M_I und wird mit $A_{M_I \Lambda}^I$ bezeichnet, wobei Λ die j, k und die Potenz von α in $A_{M_I \Lambda}^I$ in einem Index zusammenfasst, wie weiter unten gezeigt wird:

$$A_{M_I \Lambda}^I = \sum_{m \dot{M}_I} C_{j k m}(\beta, \gamma) C_{\dot{m}, m \dot{M}_I}^{j, j I} D_{M_I \dot{M}_I}^I(\theta) \quad (\text{III.4})$$

Die $A_{M_I \Lambda}^I$ hängen von β, γ, θ ab. Bei Rücktransformation auf das Laborsystem hängen sie nur von den $\alpha_{2\mu}$ ab; ein Beweis dafür kann mit Hilfe einer Störungsentwicklung (32) geführt werden, was im nächsten Abschnitt vorgeführt werden soll.

Die $\psi_{m_i}^{j_i}$ werden folgendermassen normiert:

$$\int \tilde{\psi}_{m_i}^{j_i}(r, \alpha) \tilde{\psi}_{\dot{m}_i}^{\dot{j}_i}(r, \alpha) d^3r = f(\alpha) \delta_{j_i \dot{j}_i} \delta_{m_i \dot{m}_i} \quad (\text{III.5 a})$$

Im folgenden werden wir die Wellenfunktion wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} &= \sum_{\substack{j k \dot{m} \\ I M_I}} C_{m, \dot{m} M_I}^{j, j I} A_{M_I \Lambda}^I \varphi_{j k \dot{m}} \quad (\text{III.5 b}) \\ &= \sum_{j k I} [A^I \times \varphi_j]^{j_i} \end{aligned}$$

III.2 Konstruktion der neuen Einteilchen-Wellenfunktionen

III.2.a Konstruktion des Tensors $A_{H_z \Lambda}^I$

Wir benutzen die Störungstheorie, um die Art der Abhängigkeit der $A_{M_1 \Lambda}^I$ von den $\alpha_{2\mu}$ herauszufinden. Um die Störungsrechnung anwenden zu können, zerlegen wir den Hamiltonoperator - in unserem Fall den Einteilchen-Hamiltonoperator (II.28) - in zwei Teile. Der erste Teil, der ungestörte Hamiltonoperator H_0 , sei der des sphärischen harmonischen Oszillators H_{sph} ; seine Eigenfunktionen erfüllen die Schrödinger-Gleichung:

$$H_{sph} \varphi_n = E_n \varphi_n \quad (III.6)$$

Die φ_n sind die ungestörten Wellenfunktionen und sind identisch mit der sphärischen Oszillator-Basis φ_{jkm} , die wir vorher erwähnt haben. Die Störung H_{st} sei gegeben durch den Wechselwirkungs-Hamiltonoperator $H_{W.W} = -r^2 [\alpha \times \gamma]_0$.

Dann können wir schreiben:

$$H = H_0 + \lambda H_{st} = H_{sph} - r^2 [\alpha \times \gamma]_0 \quad (III.7)$$

In dieser Rechnung setzen wir der Einfachheit halber $\hbar\omega = 1$

Die gestörten Wellenfunktionen sind in erster Ordnung gegeben durch

$$\psi = \varphi_{jnm} + \sum_{p \neq n} \frac{\langle \varphi_{jp'm} | H_{W.W} | \varphi_{jnm} \rangle}{E_p - E_n} \varphi_{jp'm} \quad (III.8)$$

Mit Hilfe des Wigner-Eckart-Theorems (36) kann man die Matrix

$$\langle \varphi_{j p \bar{m}} | H_{w.w} | \varphi_{j n m} \rangle \quad \text{umschreiben:}$$

$$\begin{aligned} \langle \varphi_{j p \bar{m}} | H_{w.w} | \varphi_{j n m} \rangle &= \langle \varphi_{j p \bar{m}} | -r^2 [\alpha \times \gamma]_0^0 | \varphi_{j n m} \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}} \sum_{\bar{\mu}} (-)^{2-\bar{\mu}} \alpha_{2\bar{\mu}} \langle \varphi_{j p \bar{m}} | r^2 \gamma_{2\mu} | \varphi_{j n m} \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}} \sum_{\bar{\mu}} (-)^{2-\bar{\mu}} \alpha_{2\bar{\mu}} \delta_{\mu-\bar{\mu}} (-)^{j-m} \begin{pmatrix} j & 2 & j \\ \bar{m} & \mu & m \end{pmatrix} \quad (\text{III.9}) \\ &\quad \cdot \langle \varphi_{j p} || r^2 \gamma_2 || \varphi_{j n} \rangle \end{aligned}$$

Substituieren wir die Gleichung (III.9) in Gleichung (III.8),
so erhalten wir

$$\begin{aligned} \psi &= \varphi_{j n m} + \frac{1}{\sqrt{5}} \sum_{p \neq n} \frac{(-)^{j-\bar{m}}}{E_n - E_p} \\ &\quad \cdot \left\{ \sum_{\bar{\mu}} (-)^{2-\bar{\mu}} \alpha_{2\bar{\mu}} \delta_{\mu-\bar{\mu}} \begin{pmatrix} j & 2 & j \\ \bar{m} & -\bar{\mu} & m \end{pmatrix} \varphi_{j p \bar{m}} \right\} \quad (\text{III.10}) \\ &\quad \cdot \langle \varphi_{j p} || r^2 \gamma_2 || \varphi_{j n} \rangle \end{aligned}$$

Die Summe über $\bar{\mu}$ ergibt:

$$\begin{aligned} \sum_{\bar{\mu}} (-)^{2-\bar{\mu}} \alpha_{2\bar{\mu}} \begin{pmatrix} j & 2 & j \\ \bar{m} & -\bar{\mu} & m \end{pmatrix} \varphi_{j p \bar{m}} \\ = \left[\tilde{\alpha}_2^* \times \varphi_j \right]^j \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

so dass

$$\psi = \varphi_{jnm} + \sum_{p \neq n} \frac{(-)^{j-m}}{\sqrt{5} (E_n - E_p)} \quad (III.12)$$

$$\cdot \langle \varphi_{jp} \| r^2 \gamma_2 \| \varphi_{jn} \rangle [\alpha_2 \times \varphi_j]^j$$

Diese Gleichung zeigt, dass das einzelne Teilchen im deformierten Potential durch Wellenfunktionen beschrieben wird, die konstruiert werden können aus den sphärischen Wellenfunktionen φ und einem weiteren Term, in welchem φ_j mit α zu Drehimpuls j gekoppelt sind. Die zweite Ordnung der Störungstheorie ergibt den dritten Term in dieser Reihe, welcher folgendermassen lautet:

$$\sum_{pq \neq n} \frac{(-)^{j-m} (-)^{j-m}}{\sqrt{5} (E_n - E_p)(E_n - E_q)} \langle \varphi_{jp} \| -r^2 \gamma_2 \| \varphi_{jq} \rangle \quad (III.13)$$

$$\cdot \langle \varphi_{jq} \| -r^2 \gamma_2 \| \varphi_{jn} \rangle \left[[\alpha_2 \times \varphi_{jp}]^j \times \alpha \right]^j$$

Die $\left[[\alpha_2 \times \varphi_{jp}]^j \times \alpha \right]^j$ kann man unkoppeln und in der Form $\left[[\alpha_2 \times \alpha_2]^j \times \varphi_{jp} \right]^j$ schreiben. Dieser Term ist proportional zu α_2^2 . Wenn man die Störungstheorie N-mal ausführt, erhält man ein Polynom in α_2^N . Deshalb hat $A_{M_L}^I$ folgende Form:

$$\begin{aligned}
 A_{M_I \wedge}^I &= P_0^{(0)} \delta_{I,0} + P_{M_I \wedge}^{2(1)} \alpha_{2M_I} \delta_{I,2} \\
 &+ P_{M_I \wedge}^{I(2)} [\alpha \times \alpha]_{M_I}^I \delta_{I,0,2} \\
 &+ P_{M_I \wedge}^{I(3)} [\alpha \times \alpha \times \alpha]_{M_I}^I \delta_{I,0,2,3} \\
 &+ \dots \\
 &+ P_{M_I \wedge}^I [\alpha \times \alpha \times \alpha \dots \alpha_N]_{M_I}^I \quad (III.14)
 \end{aligned}$$

• $\delta_{I, \text{alle möglichen Werte von } I}.$

Um einen allgemeinen Ausdruck zu erhalten, nimmt man alle möglichen Tensoren $A_{M_I \wedge}^I$, die aus $\alpha_{2\mu}$ konstruiert werden können, in dieser Reihe mit. An diesem Punkt ist es notwendig und hinreichend, die Basistensoren der $\alpha_{2\mu}$ mit allen beliebigen Drehimpulsen I einzuführen. Über die Basistensoren mit $I = 0$ wurde in Abschnitt II.2.1.a gesprochen; hier wollen wir ein Beispiel geben, wie man die Basistensoren mit $I = 0, 2, 3$ in die $A_{M_I \wedge}^I$ einfügen kann. Wir schreiben $A_{M_I \wedge}^I$ um:

$$A_{M_I \wedge}^I = \sum_{n=0}^{\infty} P_{M_I \wedge}^{I(n)} T_{IM_I \wedge}^{(n)}(\alpha) \quad (III.15)$$

wobei $P_{M_I \Lambda}^{I(n)}$ die Koeffizienten der Reihe (III.14) und $T_{IM_I \Lambda}^{(n)(\alpha)}$ Funktionen in α^n sind. Die Tabelle (III.1) gibt die Basistensoren $T_{IM_I \Lambda}^{(n)(\alpha)}$ bis zur dritten Potenz in α :

$I \backslash n$	0	1	2	3
0	1	-	$[\alpha \times \alpha]_0^0$	$[\alpha \times \alpha \times \alpha]_0^0$
2	-	$\alpha_{2\mu}$	$[\alpha \times \alpha]_1^1$	-
3	-	-	-	$[\alpha \times \alpha \times \alpha]_3^3$

Tabelle (III.1)

III.2 b Bestimmung der Wellenfunktionen $\psi_{m_i}^{j_i}$

Nun sind wir in der Lage, die Koeffizienten $P_{M_I \Lambda}^{I(n)}$ zu berechnen und die Wellenfunktionen $\psi_{m_i}^{j_i}$ zu gewinnen. Die Eigenwerte

$$\mathcal{E} = \frac{\langle \psi_{m_i}^{j_i} | H_{Nil} | \psi_{m_i}^{j_i} \rangle}{\langle \psi_{m_i}^{j_i} | \psi_{m_i}^{j_i} \rangle} \quad (III.16)$$

müssen für alle β, γ Werte den Nilsson-Energie-Niveaus entsprechen. Dies wird durch ein "Least square fit"-Verfahren verwirklicht, wobei die Gleichungen

$$\begin{aligned}
 S &= \sum_{i=1}^m S_i^2 \\
 &= \sum_{i=1}^m \left(\mathcal{E}(\beta_i, \gamma_i) - \mathcal{E}_{Nil}(\beta_i, \gamma_i) \right)^2 = 0 \quad (\text{III.17})
 \end{aligned}$$

gelöst werden. $\mathcal{E}_{Nil}(\beta_i, \gamma_i)$ sind die Eigenwerte, die durch Diagonalisierung der Matrix: $\langle \chi_{Nil} | H_{Nil} | \chi_{Nil} \rangle$ an den m Stellen $(\beta_1, \gamma_1), \dots, (\beta_m, \gamma_m)$ gewonnen werden, wobei die χ_{Nil} in Gl. III.1 definiert sind.

Nach einer umständlichen, aber nicht schwierigen Rechnung erhält man aus (III.16): $\mathcal{E} = \frac{Z_1}{Z_2}$;
Hierbei ist

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= \sum_n \sum_{\substack{\{I\Lambda\} \\ \{I'\Lambda'\} \\ \{M_I M_I'\}}} P_{M_I \Lambda}^{I(n)} P_{M_I \Lambda}^{I'(n)} T_{I M_I \Lambda}^{(n)} T_{I' M_I' \Lambda'}^{(n)} \times \\
 &\quad \left(\begin{matrix} I & 1 & J_1 \\ M_I & m & m_1 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} I' & 1 & J_1 \\ M_I' & m & m_1 \end{matrix} \right) \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\left[\langle \varphi_{j k m} | H_{sph} | \varphi_{j k m} \rangle \right. \\
 &+ \frac{(-\hbar^2 \omega)}{\sqrt{5}} \langle R_{j k}(r) | r^2 | R_{j k}(r) \rangle \\
 &\quad \left\{ \beta \cos \gamma \langle Y_{j m}(\theta) | Y_{20} | Y_{j m}(\theta) \rangle \right. \\
 &\quad + \frac{\beta \sin \gamma}{\sqrt{2}} \langle Y_{j m}(\theta) | Y_{2-2} | Y_{j m}(\theta) \rangle \\
 &\quad \left. \left. + \langle Y_{j m}(\theta) | Y_{22} | Y_{j m}(\theta) \rangle \right\} \right] \quad (\text{III.18})
 \end{aligned}$$

wobei $R_{jk}(r)$ der Radial-Anteil der harmonischen Basis φ_{jkm} ist und $Y_{jm}(\theta)$ die Kugelfunktionen sind (36).

$$Z_2 = \sum_n \sum_{\substack{\{I\Lambda\} \\ \{\hat{I}\hat{\Lambda}\}}} \sum_{\substack{\{j\hat{k}\} \\ \{m, m_1\}}} P_{M_I \Lambda}^{I(n)} P_{\hat{M}_I \hat{\Lambda}}^{\hat{I}(n)} T_{IM_I \Lambda}^{(n)} T_{\hat{I} \hat{M}_I \hat{\Lambda}}^{(\hat{n})} \\ C_{M_I}^{I \ j \ j_1} C_{M_I}^{\hat{I} \ j \ j_1} \quad (III.19)$$

$$\delta_{jj} \delta_{mm} \delta_{\hat{k}\hat{k}} \delta_{M_I \hat{M}_I}$$

Die Matrixelemente $\langle R_{jk}(r) | r^2 | R_{j\hat{k}}(r) \rangle$ und $\langle Y_{jm}(\theta) | Y_{2\mu} | Y_{j\hat{m}}(\theta) \rangle$ wurden in Referenz (13) angegeben.

Die Berechnung von $\mathcal{E}_{Nil}$ erfordert die Diagonalisierung von H_{Nil} in der Basis

$$\varphi_{jkm} = \sum_{m_\ell \Sigma} C_{m_\ell \Sigma}^{\ell \ \frac{1}{2} \ j} |n \ \ell \ m_\ell\rangle | \frac{1}{2} \Sigma \rangle \quad (III.20)$$

$$|n \ \ell \ m_\ell\rangle = N_0 e^{-\frac{1}{2}r^2} r^\ell {}_1F_1(-n, \ell + \frac{3}{2}, r^2) Y_{\ell m_\ell}(\theta) \quad (III.21)$$

$$N = \text{Normierungsfaktor} = \frac{(2 \Gamma(n + \ell + \frac{3}{2}))^{1/2}}{(n!)^{1/2} \Gamma(\ell + \frac{3}{2})}$$

$$E_{N\ell} = \hbar\omega(N + \frac{3}{2}) \quad , \quad N = 2n + \ell, n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\vec{L}^2 \varphi = \ell(\ell+1) \varphi$$

$$\vec{L} \cdot \vec{S} \varphi = \frac{1}{2}(\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2) \varphi = \frac{1}{2}(J(J+1) - \ell(\ell+1) - \frac{3}{2}) \hbar^2 \varphi \quad (\text{III.22})$$

Die Matrix, die wir diagonalisieren müssen, ist

$$\begin{aligned} \langle \varphi_{j'k'm'} | H_{N\ell} | \varphi_{jkm} \rangle &= \langle \varphi_{jkm} | H_{sph} | \varphi_{jkm} \rangle \delta_{jj'} \delta_{kk'} \delta_{mm'} \\ &+ \langle \varphi_{j'k'm'} | H_{w.w} | \varphi_{jkm} \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \varphi_{jkm} | H_{sph} | \varphi_{jkm} \rangle &= \hbar\omega_0 \left\{ (N + \frac{3}{2}) - K(J(J+1) \right. \\ &\quad \left. - \ell(\ell+1) - \frac{3}{4}) \hbar^2 + \mu \ell(\ell+1) \hbar^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

$$\langle \varphi_{j'k'm'} | H_{w.w} | \varphi_{jkm} \rangle = -\hbar\omega_0 \langle R_{N\ell} | r^2 | R_{N\ell} \rangle$$

$$\langle \ell' j' m' | a_0 Y_{20} + a_2 (Y_{22} + Y_{2-2}) | \ell j m \rangle$$

(III.24)

$$= -\hbar\omega_0 \beta \cos \gamma (-)^{j-m} \begin{pmatrix} j & 2 & j \\ -m & 0 & m \end{pmatrix}$$

$$\times \langle R_{N\ell} | r^2 | R_{N\ell} \rangle \langle j || Y || j \rangle$$

wobei

$$\langle 1 \parallel Y \parallel 1 \rangle = (-)^{j+\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} (2j+1) \cdot \frac{1}{2} (1 + (-)^{2\ell+2})$$

Da ℓ ganzzahlig ist, kann $(2\ell+2)$ nur gerade Werte annehmen.

Nach der Berechnung von $\mathcal{E}$ und $\mathcal{E}_{Nil}$ folgt als nächster Schritt die Suche nach einer Lösung für die nichtlineare Gleichung (III.17). Eine praktische Methode ist, statt (III.17) exakt lösen zu wollen, ein Minimum für den Wert S zu suchen.

Nach der vorhergegangenen Rechnung hat S die folgende Struktur:

$$S = \sum_{i,j} \left(\frac{\sum_{n,m} F_{n,m}(\beta_i, \gamma_i) P_n P_m}{\sum_{n,m} Q_{n,m}(\beta_i, \gamma_i) P_n P_m} - \mathcal{E}_{Nil}(\beta_i, \gamma_i) \right)^2 \quad (\text{III.25})$$

wobei $F_{n,m}(\beta_i, \gamma_i)$ und $Q_{n,m}(\beta_i, \gamma_i)$ Funktionen von β, γ sind und aus (III.18) und (III.19) abgelesen werden können. n und m schliessen alle möglichen Kombinationen von I, M_I, Λ ein. P_n, P_m sind die Koeffizienten, die wir suchen.

Für das Minimisierungsverfahren haben wir eine automatische Suchroutine in unserem Computerprogramm erstellt. Die Methode von Fletscher und Reeves (37): "Function minimization by conjugate gradients" wurde hier benutzt. Dazu muss man die Steigung der Funktion S bezüglich der Koeffizienten P_n berechnen:

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta S}{\delta P_n} = & \sum_{i,j} 2 \left(\frac{\sum_{n,m} F_{n,m} P_n P_m}{\sum_{n,m} Q_{n,m} P_n P_m} - \mathcal{E}_{Nil} \right) \\
 & \cdot \left\{ \left(\sum_m 2 F_{n,m} P_n \delta_{nm} + \sum_{m \neq n} (F_{n,m} + F_{m,n}) P_m \right) \left(\sum_{m,n} Q_{m,n} P_m P_n \right) \right. \\
 & - \left(\sum_m 2 Q_{n,m} P_n \delta_{nm} + \sum_{m \neq n} (Q_{n,m} + Q_{m,n}) P_m \right) \left(\sum_{m,n} F_{m,n} P_m P_n \right) \left. \right\}^{(III.26)} \\
 & / \left(\sum_{n,m} Q_{n,m} P_n P_m \right)^2
 \end{aligned}$$

Der Vorteil dieser Methode ist folgender: Bei einer Niveau - Kreuzung, bei der die variable Fermifläche berücksichtigt werden muss, gibt man als Daten in das Programm die Werte $\mathcal{E}_{Nil}$ ein, welche der gewellten Linie d b e in Fig. III.2 entsprechen.

Mit dem "Least Square Fit"-Verfahren erhält man dann automatisch die der veränderten Fermikante entsprechende Einteilchen-Wellenfunktionen. Durch die Verwendung der neuen Einteilchen-Wellenfunktionen ist sichergestellt, dass die zugehörigen Einteilchen-energien für alle Deformationsparameter β und γ mit der variablen Fermifläche konsistent sind.

In Fig. III.3 sieht man ein Beispiel für die Energie-Niveaus, die durch dieses Programm gefittet worden sind. Für drei verschiedene Werte von γ zeigt das Bild die $\mathcal{E}_{Nil}$ und $\mathcal{E}$, die aus den Nilsson- bzw. den neuen Wellenfunktionen berechnet

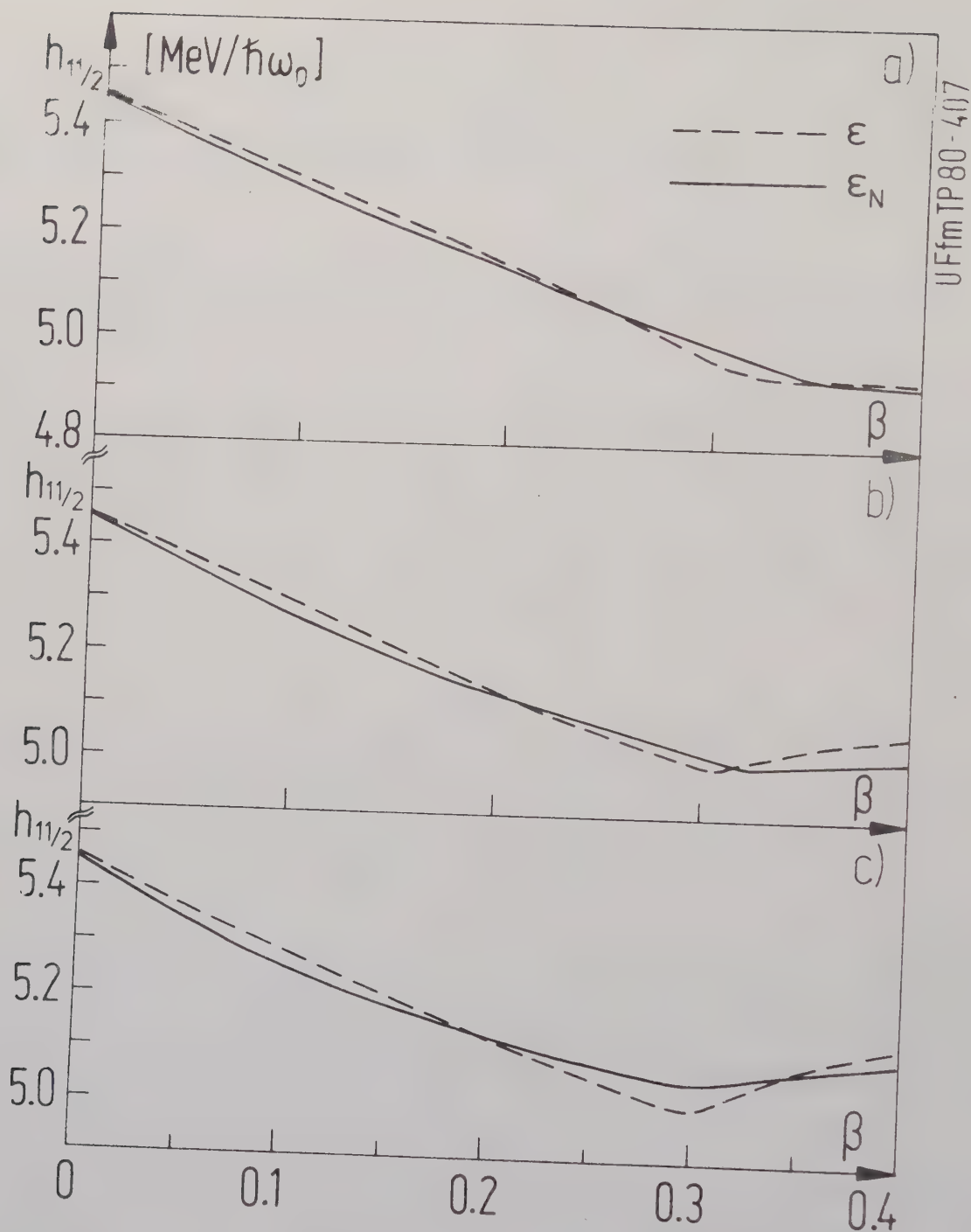


Fig. III.3

Die Energie des $h_{11/2}$ -Niveaus, berechnet mit Hilfe der neuen Wellenfunktion (ϵ) bzw. mit der Nilsson-Wellenfunktion ($\epsilon_{Nil} \equiv \epsilon_N$). Die Figur zeigt dieses Niveau für: (a) $\gamma = 15^\circ$ (b) $\gamma = 30^\circ$ (c) $\gamma = 45^\circ$

wurden. Wie man sieht, erlaubt die Güte des Verfahrens eine problemlose Ersetzung von $\mathcal{E}_{Nil}$ durch $\mathcal{E}$.

III.2 c Der Überlapp der neuen Wellenfunktionen mit den Nilsson-Wellenfunktionen

Als Test für die Konvergenz des Polynoms (III.14) kann man den Überlapp der neuen Wellenfunktionen mit der Nilsson-Wellenfunktion für ein bestimmtes Niveau überprüfen.

Der Klarheit halber nehmen wir einen Fall, bei dem keine Niveau-Kreuzungen auftreten. Die Nilsson-Wellenfunktionen und die neuen Wellenfunktionen sind

$$\chi_{Nil} = \sum_{jkm} C_{jkm}(\beta, \gamma) \varphi_{jkm}(r) \quad (III.27)$$

$$\tilde{\psi} = \sum_{\substack{j' k' I \Lambda \\ \tilde{m} M_I}} C_{j' k' I \Lambda}^{j k I} A_{M_I \Lambda}^I \varphi_{j' k' \tilde{m}}(r) \quad (III.28)$$

Der Überlapp $\tilde{U}$ ist gegeben durch

$$\tilde{U} = \int \chi_{Nil} \tilde{\psi} d\tau \quad (III.29)$$

Man integriert über r und erhält als Resultat eine Funktion in β und γ :

$$\begin{aligned}
 \tilde{U}(\beta, \gamma) &= \int \sum_{jkm} \sum_{\substack{j'k'I\Lambda \\ \tilde{m} M_I}} C_{jkm}^{j' \tilde{m} I} \cdot \left\{ C_{jkm}(\beta, \gamma) A_{M_I \Lambda}^I(\beta, \gamma) \right\} \varphi_{jkm}(r) \varphi_{j'k\tilde{m}}(r) d\tau \quad (\text{III.30}) \\
 &= \sum_{\substack{I M_I \\ jkm}} C_{jkm}^{j' \tilde{m} I} \left\{ C_{jkm}(\beta, \gamma) A_{M_I \Lambda}^I(\beta, \gamma) \right\} .
 \end{aligned}$$

Als Beispiel geben wir hier den Fall $J_1 = 11/2$, $m = 11/2$ an.

Das Polynom (III.14) hat die Parameter:

$P_1 = -3.145$	$P_2 = 1.2666$	$P_3 = -1.104$
$P_4 = -1.254$	$P_5 = 0.678$	$P_6 = -1.908$
$P_7 = -1.959$	$P_8 = 0.268$	$P_9 = -1.639$
$P_{10} = 0.0491$	$P_{11} = -1.3964$	$P_{12} = -0.00469$

Benutzt man das Polynom (III.14) mit diesen Koeffizienten, dann erhält man für $\gamma = 60^\circ$ den Überlapp als Funktion von nur noch einer Variablen, $\tilde{U}(\beta)$:

$$\tilde{U}(\beta, 60) = 1 - 0.1695\beta - 0.214052 \beta^2 - 0.003388 \beta^3$$

Damit die neue Wellenfunktion eine für unsere Zwecke gute Ersetzung der Nilsson-Wellenfunktion darstellt, verlangen

wir, dass der Überlapp innerhalb eines vernünftigen Bereiches von β grösser als 90% ist. Fig. III.4 zeigt den Überlapp für das oben diskutierte Niveau bei $\gamma = 60^\circ$. Von $\beta = 0$ bis $\beta = 0.5$ liegt der Überlapp im Bereich von 1.0 bis 0.86, und beträgt durchschnittlich 95% .

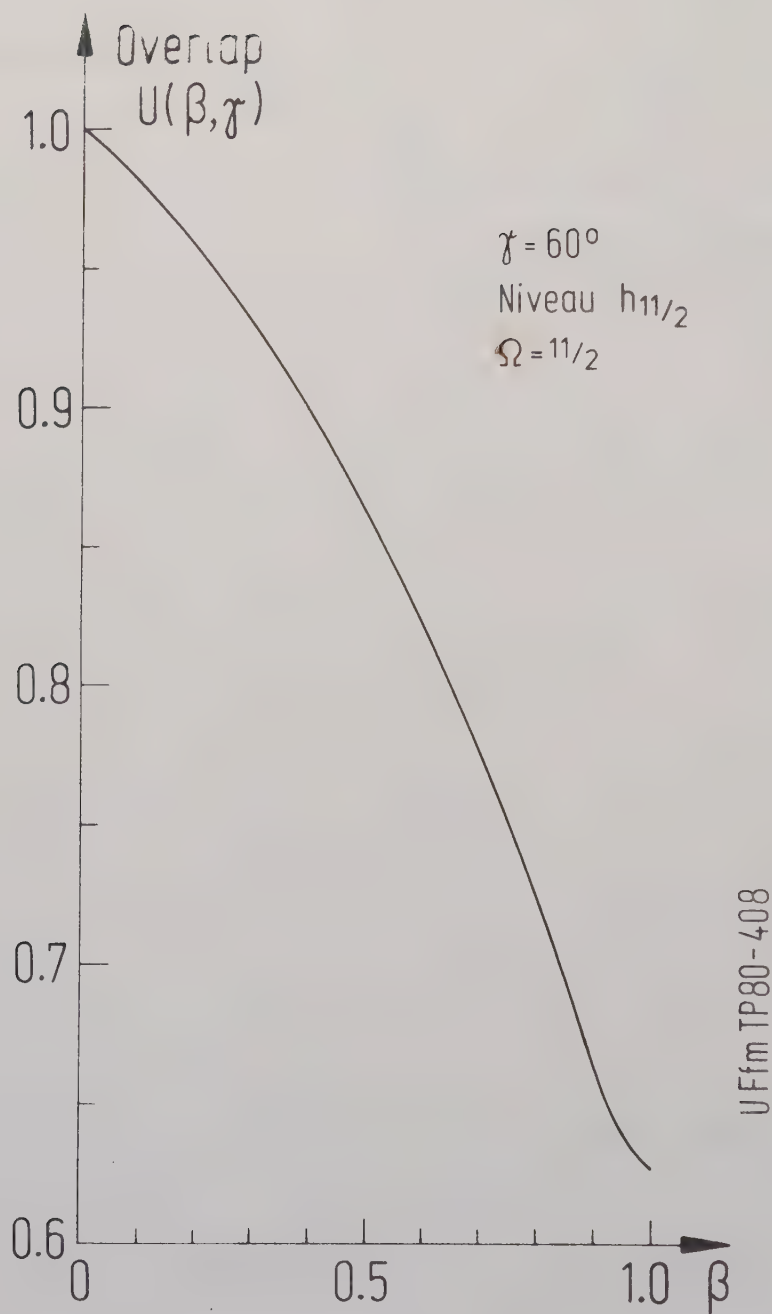


Fig. III.4

Der Überlapp (III.30) der neuen Wellenfunktionen mit der Nilsson-Wellenfunktion für das $h_{11/2}$ Niveau bei $\gamma = 60^\circ$

Kapitel IV

Die Matrixelemente des u-g-Kerns

IV.1 Das Kopplungsschema

Um das System mit einer ungeraden Zahl von Nukleonen zu beschreiben, werden wir versuchen, die Zustände eines einzelnen Teilchens $\psi_{m_i}^{j_i}$ an das gerade-gerade System Ψ_M^L zu koppeln. Das ist konsistent mit der oben eingeführten Aufspaltung des Hamiltonoperators in Rumpf- und Einteilchenanteil:

$$H = H_{\text{Rumpf}}(\alpha, \dot{\alpha}) + H_{\text{Einteilchen}}(\alpha, r) \quad (\text{IV.1})$$

In der für deformierte Kerne geeigneten "strong coupling approximation" wird die Bewegung des Nukleons auf die Hauptachsen des Kerns bezogen. Der Gesamtdrehimpuls des Kerns lässt sich dann interpretieren als Summe $J = L + j_i$, wobei L der kollektive Drehimpuls des Kernrumpfes und j_i der Einteilchendrehimpuls ist, wie in Fig. IV.1 verdeutlicht wird.

Die Teilchenanregungen werden durch Zustände eines Nukleons in einem axialsymmetrischen Feld beschrieben. Die Zustände des in (IV.1) definierten Systems können also in der Form

$$X^J = \left[\psi^{j_i} \otimes \Psi^L \right]^J \quad (\text{IV.2})$$

Vernichtungsoperators b_{μ}^{-} , um den Hamiltonoperator (III.1) zu diagonalisieren. Wir beschreiben nun kurz, wie die Eigenfunktionen Ψ^L konstruiert werden.

IV.2 Eigenfunktionen des fünfdimensionalen harmonischen Oszillators

Der fünfdimensionale harmonische Oszillator hat den Hamiltonoperator

$$\begin{aligned} H_{H.O} &= \frac{1}{2B} \sum_{\mu} \pi_{2\mu}^* \pi_{2\mu} + \frac{C}{2} \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* \alpha_{2\mu} \\ &= \hbar\omega \left[\sum_{\mu} b_{\mu}^+ b_{\mu} + \frac{5}{2} \right] = \hbar\omega \left[N + \frac{5}{2} \right] \end{aligned} \quad (IV.3)$$

wobei

$$b_{\mu}^+ = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\hbar}{2B\omega} \right)^{1/2} \alpha_{\mu} - i \left(\frac{1}{2} \hbar B\omega \right)^{1/2} (-1)^{\mu} \pi_{-\mu} \right] \quad (IV.4)$$

der Erzeugungsoperator für Phonon ist,

$$\omega = \sqrt{C/B} \quad , \quad b_{\mu} = (b_{\mu}^+)^* \quad ,$$

$N = \sum_{\mu} b_{\mu}^+ b_{\mu}$ ist der Phononenzahloperator.

Die maximale Symmetriegruppe dieses Hamiltonoperators, welche zur Klassifizierung der Eigenzustände dient, ist $U(5)$. Als Gruppenkette zur Klassifikation wird die Kette (18)

$$U(5) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2)$$

benutzt. Der Vorteil dieser Kette ist, dass sie die Drehimpulsgruppe $O(3)$ enthält, deren Casimir-Operator L^2 bekannt ist. Der Casimir-Operator der Gruppe $U(5)$ ist der oben erwähnte Phononenzahloperator N . Für die Gruppe $O(5)$ ist es der Senioritäts-Operator

$$\Lambda^2 = N(N+3) - 5 \left[b^+ \times b^+ \right]^{[0]} \left[b \times b \right]^{[0]} \quad (IV.5)$$

mit den Eigenwerten $\lambda(\lambda+3)$. Dabei ist λ die Zahl der nicht zu Null gekoppelten Phononen, die als Seniorität bezeichnet wird.

L^2 und L_z sind die Casimir-Operatoren der Gruppen $O(3)$ und $O(2)$. Nach Identifizierung der verschiedenen Casimiroperatoren (18) der Gruppen $U(5)$, $O(5)$, $O(3)$ und $O(2)$ können wir deren Eigenwerte als Quantenzahlen zur Klassifizierung benutzen:

$$\begin{array}{cccc} U(5) & \supset & O(5) & \supset & O(3) & \supset & O(2) \\ N & & \Lambda^2 & & L^2 & & L_z \\ \nu & & \lambda & & L & & M \end{array}$$

Die Quantenzahlen sind: ν = Phononenzahl, λ = Seniorität, L = Drehimpuls und M = dessen magnetische Projektion. Bei

der Reduktion der Gruppe $O(5)$ nach $O(3)$ tritt eine Mehrdeutigkeit auf; deshalb muss eine zusätzliche Quantenzahl μ eingeführt werden. Der Begriff der Seniorität hängt zusammen mit dem Basis-Tensor $[\alpha \times \alpha]_0^0$, bei dem zwei Phononen zu Null gekoppelt sind. Entsprechend können wir als zusätzliche Quantenzahl μ die Zahl von Phononen-Tripeln einführen, die zu Null gekoppelt sind; μ hängt mit dem Basis-Tensor $[\alpha \times \alpha \times \alpha]_0^0$ zusammen. Die Eigenzustände des 5-dimensionalen harmonischen Oszillators können deshalb durch den Ket-Vektor

$$|\nu \lambda \mu L M\rangle = F_\ell^\lambda(\beta) \sum_K \Phi_K^{\lambda \mu L}(\gamma) D_{MK}^{*L}(\theta) \quad (\text{IV.6})$$

beschrieben werden, wobei $\ell = \frac{1}{2}(\nu - \lambda)$. $F_\ell^\lambda(\beta)$ ist der β -Anteil (39) der Wellenfunktion, der auch als Radialanteil des 5-dimensionalen harmonischen Oszillators bezeichnet wird:

$$F_\ell^\lambda(\beta) = \left(\frac{2(\ell!)}{\Gamma(\ell + \lambda + \frac{5}{2})} \right)^{1/2} \beta^\lambda L_\ell^{\lambda + \frac{3}{2}}(\beta^2) \exp(-\beta^2/2) \quad (\text{IV.7})$$

$\Phi_K^{\lambda \mu L}(\gamma)$ ist der γ -Anteil der Wellenfunktion; er hat die folgenden Symmetrieeigenschaften:

$$\begin{aligned} \Phi_K^{\lambda \mu L}(\gamma) &= 0 \quad \text{wenn } K \text{ ungerade ist.} \\ \Phi_K^{\lambda \mu L}(\gamma) &= (-1)^L \Phi_K^{\lambda \mu L}(\gamma) \quad \text{wenn } K \text{ gerade ist,} \\ K &= L, L-1, L-2, \dots, -L \quad \text{und} \end{aligned}$$

$$0 < \gamma \leq \frac{\pi}{3}.$$

Dieser γ -Anteil wurde von Moshinsky (18) analytisch als Funktion in γ gefunden und wird durch den folgenden etwas länglichen Ausdruck gegeben:

$$\Phi_K^{\lambda\mu L}(\gamma) = \sum_n G_K^{nL}(\gamma) f_n^{\sigma\tau\mu}(x) \quad (\text{IV.8})$$

wobei $G_K^{nL}(\gamma) = G_{-K}^{nL}(\gamma)$

$$G_K^{nL}(\gamma) = (-\sqrt{2})^n \sum_{\check{K} \check{K}''} \langle L-2n, 2n, \check{K}, \check{K}'' | LK \rangle S_{\check{K}}^{L-2n}(\gamma) S_{\check{K}''}^{2n}(\gamma) \quad (\text{IV.9})$$

und

$$S_{\check{K}''}^{2n}(\gamma) = \left[\frac{(2n+\check{K}'')! (2n-\check{K}'')!}{(4n)!} \right]^{1/2} \sum_q \binom{n}{2q-\frac{\check{K}''}{2}} \binom{2q-\frac{\check{K}''}{2}}{q} \cdot (\sqrt{6})^n \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^{2q-\frac{\check{K}''}{2}} (\cos \gamma)^{n+\frac{\check{K}''}{2}-2q} (\sin \gamma)^{2q-\check{K}''/2} \quad (\text{IV.10})$$

Der Teil $f_n^{\sigma\tau\mu}(x)$ ist ein Polynom in $x = \cos 3\gamma$:

$$f_n^{\sigma\tau\mu}(x) = \pi^{-\frac{5}{4}} (-)^{\mu+\tau-n} 2^{\frac{\lambda+\mu+\tau-n}{2}} \sum_r C_{rn}^{\sigma\tau\mu} e^{-r} x^{\mu+\tau-n-2r} \quad (\text{IV.11})$$

mit $r < \frac{1}{2} (\mu + \tau - n)$

$$0 \leq n \leq L/2$$

und den Koeffizienten

$$C_{rn}^{\sigma\tau\mu} = \frac{3^n \sigma! \lambda! (-)^r 2^r (2\mu + 2\tau - 2r)! (3r)!}{2^{\mu+n} n! (2\lambda + 1)! r! (\mu + \tau - r)! (\mu - \tau - n - 2r)!} \quad (\text{IV.12})$$

$$\sum_s \frac{(-)^s 4^s (\tau + s)! (2\lambda + 1 - 2s)!}{s! (\sigma - s)! (\tau - n + s)! (3r - \tau + n - s)! (\lambda - s)!}$$

Alle hier angegebenen Formeln sind für gerade L und dafür gilt:

$$S_K^{2r}(\gamma) = S_{-K}^{2r}(\gamma), \quad G_K^{nL}(\gamma) = G_{-K}^{nL}(\gamma) \text{ und } \Phi_K^{\lambda\mu L} = \Phi_{-K}^{\lambda\mu L} \quad (\text{IV.13})$$

Für ungerade $\bar{L}, \bar{\lambda}$ benutzt man die folgenden Formeln:

$$\bar{L} = L + 3, \quad (\text{IV.14})$$

$$\bar{\lambda} = \lambda + 3$$

$$\Phi_{\bar{K}}^{\bar{\lambda}\bar{\mu}\bar{L}}(\gamma) = \sum_n G_{\bar{K}}^{n\bar{L}}(\gamma) \quad \bar{f}_n^{\sigma\tau\mu}(x) \quad (\text{IV.15})$$

wobei

$$G_{\bar{k}}^{n\bar{L}}(\gamma) = \sum_{k \neq \bar{k}} \langle L \ 3\bar{k} \ k | \bar{L} \ \bar{k} \rangle G_k^{nL}(\gamma) g_k^{(3)}(\gamma) \quad (\text{IV.16})$$

$$g_k^{(3)}(\gamma) = \sqrt{\frac{14}{3}} \beta^{-3} \left[[a \times a]^2 \times a \right]_k^3$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \sin 3\gamma \quad (\delta_{k,2} - \delta_{k,-2}) \quad (\text{IV.17})$$

ist.

$\bar{f}_n^{\sigma\tau\mu}(x)$ hat dieselbe Form wie in (IV.11), mit der Ersetzung von $C_{rn}^{\sigma\tau\mu}$ durch $\bar{C}_{rn}^{\sigma\tau\mu}$, wobei $\bar{C}_{rn}^{\sigma\tau\mu}$ folgendermassen aussieht:

$$\bar{C}_{rn}^{\sigma\tau\mu} = \frac{3^n \cdot 6! \bar{\lambda}! (-)^r 2^r (2\mu+2\tau+1-2r)! (3r)!}{2^{\mu+n} n! (2\bar{\lambda}+1)! r! (\mu+\tau-r)! (\mu+\tau-n-2r)!} \quad (\text{IV.18})$$

$$\cdot \sum_{s=0} \frac{(-4)^s (\tau+s)! (2\bar{\lambda}+1-2s)!}{s! (\sigma-s)! (\tau-n+s)! (3r-\tau+n-s)! (\bar{\lambda}-s)!}$$

Weiterhin gilt für ungerade L:

$$G_{\bar{k}}^{n\bar{L}}(\gamma) = -G_{-\bar{k}}^{n\bar{L}}(\gamma) \quad \text{und} \quad \Phi_{\bar{k}}^{\bar{\lambda}\mu\bar{L}}(\gamma) = -\Phi_{-\bar{k}}^{\bar{\lambda}\mu\bar{L}}(\gamma) \quad (\text{IV.19})$$

Es existieren noch zwei andere Methoden, die Eigenfunktionen des 5-dimensionalen harmonischen Oszillators zu konstruieren (40,41). Die Berechnung der Matrixelemente ist jedoch mit der hier angegebenen Methode am einfachsten.

Mit Hilfe der o.a. analytischen Wellenfunktionen kann man nämlich jedes Matrixelement der Form

$$\langle \overset{''}{\nu} \overset{''}{\lambda} \overset{''}{\mu} \overset{''}{L} \overset{''}{M} | T(\beta, \gamma) | \overset{\prime}{\nu} \overset{\prime}{\lambda} \overset{\prime}{\mu} \overset{\prime}{L} \overset{\prime}{M} \rangle ,$$

recht einfach bestimmen, wenn der Operator $T(\beta, \gamma)$ in zwei Teile $\overset{2\rho+\lambda}{\beta}$ und

$$T_M^{\lambda\mu L}\left(-\frac{\alpha_m}{\beta}\right) \equiv \Phi_M^{\lambda\mu L}(\gamma)$$

zerlegt werden kann:

$$\langle \overset{''}{\nu} \overset{''}{\lambda} \overset{''}{\mu} \overset{''}{L} \overset{''}{M} | \beta^{2\rho+\lambda} T_M^{\lambda\mu L}\left(\frac{\alpha_m}{\beta}\right) | \overset{\prime}{\nu} \overset{\prime}{\lambda} \overset{\prime}{\mu} \overset{\prime}{L} \overset{\prime}{M} \rangle$$

$$= \int_0^\infty F_{\overset{''}{e}}^{\overset{''}{\lambda}}(\beta) \beta^{2\rho+\lambda} F_{\overset{\prime}{e}}^{\overset{\prime}{\lambda}}(\beta) \beta^4 d\beta$$

(IV.20)

$$\cdot 8\pi^2 (-)^{L''+M''} \begin{pmatrix} L & L' & L'' \\ M & M' & -M'' \end{pmatrix} \cdot \int_0^\pi \sum_{\overset{''}{K} \overset{\prime}{K} \overset{''}{K}} \begin{pmatrix} L & L' & L'' \\ K & K' & K'' \end{pmatrix}$$

$$\cdot \Phi_{\overset{''}{K}}^{\lambda\mu L}(\gamma) \cdot \Phi_{\overset{\prime}{K}}^{\lambda'\mu' L'}(\gamma) \cdot \Phi_{\overset{''}{K}}^{\lambda''\mu'' L''}(\gamma) \sin 3\gamma d\gamma$$

Die Einfachheit dieser in unserer Arbeit benutzten Methode, die Matrixelemente des kollektiven Operators $H_c(\alpha)$ mit der Formel (IV.20) auszurechnen, erlaubt uns, kollektive Zustände bis $L = 30$ mitzunehmen. Damit können Zustände von u-g-Kernen mit sehr viel höheren Drehimpulsen, als dies früher (bis $L = 6$) (17) möglich war, bestimmt werden.

IV. 3 Die Basis für den u-g-Kern

Bereits im vorherigen Kapitel III sind die Einteilchen - Wellenfunktionen des angekoppelten Nukleons bei sich ändernden Fermiflächen von gerade-gerade Kernen berechnet worden. Durch Kopplung dieser Einteilchen-Wellenfunktionen an die Rumpf-Wellenfunktionen in Gl. (IV.6) können wir die Gesamtwellenfunktionen konstruieren. Die Gesamtwellenfunktionen im intrinsischen System des Rumpfes sind $F_\ell^\lambda(\beta) \Phi_K^{\lambda\mu L}(\gamma) \psi_{\tilde{m}_1}^{j_1}$, und sie werden auf Zustände mit gutem Drehimpuls J im Laborsystem projiziert:

$$X_{M_J}^{\vec{\sigma}} = \sum_{K \tilde{m}_1} \sum_{\tilde{m}_1 K}^{j_1 L \vec{\sigma}} \psi_{\tilde{m}_1}^{j_1}(r, \beta, \gamma) F_\ell^\lambda(\beta) \Phi_K^{\lambda\mu L}(\gamma) D_{K_J M_J}^{\vec{\sigma}}(\theta) \quad (\text{IV.21})$$

Genauso gut kann man zuerst die $\psi_{\tilde{m}_1}^{j_1}$ auf das Laborsystem transformieren

$$\psi_{m_1}^{j_1} = \sum_{\tilde{m}_1} \psi_{\tilde{m}_1}^{j_1} D_{m_1 \tilde{m}_1}^{j_1}$$

und dann an Ψ_M^L ankoppeln:

$$X_{M_J}^J = \sum_{m_1 M} C_{m_1 M M_J}^{J_1 L J} \psi_{m_1}^{J_1} \Psi_M^L \quad (\text{IV.22})$$

Das führt zu dem Ansatz:

$$X_{M_J}^J = \sum_{\substack{m_1 M \\ \tilde{m} K}} C_{m_1 M M_J}^{J_1 L J} \psi_{\tilde{m}}^{J_1} D_{m_1 \tilde{m}}^{J_1}(\theta) F_{\ell}^{\lambda}(\beta) \Phi_K^{\lambda \mu L}(\gamma) D_{M K}^L(\theta) \quad (\text{IV.23})$$

Mit Hilfe der Relation

$$\sum_{M_1 M_2} C_{M_1 M_2 M}^{I_1 I_2 I} D_{M_1 \tilde{M}_1}^{I_1}(\theta) D_{M_2 \tilde{M}_2}^{I_2}(\theta) = C_{\tilde{M}_1 \tilde{M}_2 \tilde{M}}^{I_1 I_2 I} D_{\tilde{M} \tilde{M}}^I(\theta) \quad (\text{IV.24})$$

erhält man wieder den Ansatz (IV.21). Der u-g-Kern-Zustand wird also durch (IV.21) gegeben. Nun müssen nur noch die Matrixelemente des Hamiltonoperators mit den Gesamtwellenfunktionen gebildet werden.

IV.4 Matrixelemente und Diagonalisierung

Zur Berechnung der Spektren von ungerade-gerade-Kernen unter Einbeziehung der Hochspinzustände muss man hochkollektive Zustände bis 12^+ und bis zur Phononenzahl 20 berücksichtigen. Da die u-g-Kern-Basiszustände durch sehr viele Quantenzahlen klassifiziert werden (die Phononenzahl, die Senioritätszahl,

der Drehimpuls, seine Projektion, die fünfte Quantenzahl des fünfdimensionalen harmonischen Oszillators und die Quantenzahlen des ungeraden Teilchens), erhält man so viele Matrixelemente, dass eine Diagonalisierung der Matrix numerisch zu aufwendig wird. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, machen wir die Annahme, dass sich die Deformationsparameter des g-g-Rumpfes nur langsam, die Koordinaten des angekoppelten Nukleons sich aber schnell ändern. Dabei wird zusätzlich angenommen, dass die Wechselwirkung der beiden Systeme nicht klein ist. Diese Annahmen treffen für die meisten u-g-Kerne zu. Wie diese Annahmen unsere Rechnung beeinflussen (42), wollen wir im folgenden Abschnitt besprechen.

IV.4 a Migdal-Methode: (Born-Oppenheimer-Näherung)

Wir betrachten ein System, das aus zwei Subsystemen zusammengesetzt ist. Das eine Subsystem habe eine grosse Eigenfrequenz, das andere eine kleine. Die Koordinaten des langsamen Subsystems nennen wir ξ und die des schnellen x . Der Hamiltonoperator des ganzen Systems sei

$$H = H_1(x, \xi) + H_2(\xi) \quad (\text{IV.25})$$

Hier enthält $H_1(x, \xi)$ die beiden Koordinaten x und ξ . Die Wechselwirkung der beiden Subsysteme wird nicht als klein angenommen. Die Eigenfunktionen von $H_1(x, \xi)$, $\varphi_n(x, \xi)$ erfüllen die Gleichung:

$$H_1(x, \xi) \Gamma_n(x, \xi) = E_n(\xi) \Gamma_n(x, \xi) \quad (\text{IV.26})$$

Wir suchen die Lösung des Gesamtproblems:

$$H \sum_{\lambda} = E_{\lambda} \sum_{\lambda} \quad (\text{IV.27})$$

in der Form

$$\sum_{\lambda} = \sum_{\tilde{n}} U_{\tilde{n}\lambda}(\xi) \Gamma_{\tilde{n}}(x, \xi) \quad (\text{IV.28})$$

Setzt man Gleichung (IV.28) in Gleichung (IV.27) ein, dann erhält man:

$$(H_1 + H_2) \sum_{\tilde{n}} U_{\tilde{n}\lambda}(\xi) \Gamma_{\tilde{n}}(x, \xi) = E_{\lambda} \sum_{\tilde{n}} U_{\tilde{n}\lambda}(\xi) \Gamma_{\tilde{n}}(x, \xi) \quad (\text{IV.29})$$

Man multipliziert diese Gleichung von der linken Seite mit

$\Gamma_n^*(x, \xi)$ und integriert über x , wobei man die Orthogonalität der Funktionen $\Gamma_n(x, \xi)$ benutzt:

$$\int \Gamma_n^*(x, \xi) \Gamma_{\tilde{n}}(x, \xi) dx = \delta_{n\tilde{n}} \quad (\text{IV.30})$$

Damit ergibt sich

$$\begin{aligned}
 & \sum_{\vec{n}} \vec{\Gamma}_{\vec{n}}^*(x, \xi) H_1(x, \xi) u_{\vec{n}\lambda}(\xi) \vec{\Gamma}_{\vec{n}}(x, \xi) dx \\
 & + \int \vec{\Gamma}_{\vec{n}}^*(x, \xi) H_2(\xi) u_{\vec{n}\lambda}(\xi) \vec{\Gamma}_{\vec{n}}(x, \xi) dx \\
 & = \sum_{\vec{n}} E_{\lambda} \int \vec{\Gamma}_{\vec{n}}^*(x, \xi) u_{\vec{n}\lambda}(\xi) \vec{\Gamma}_{\vec{n}}(x, \xi) dx, \quad (IV.31)
 \end{aligned}$$

was man auch in der Form schreiben kann:

$$(\epsilon_n - E_{\lambda}) u_{n\lambda} + \int \vec{\Gamma}_{\vec{n}}^*(x, \xi) H_2(\xi) \sum_{\vec{n}} u_{\vec{n}\lambda} \vec{\Gamma}_{\vec{n}}(x, \xi) = 0 \quad (IV.32)$$

Um dies etwas umzuformen, wollen wir den folgenden Kommutator studieren:

$$[H_2, \vec{\Gamma}_{\vec{n}}] = H_2 \vec{\Gamma}_{\vec{n}} - \vec{\Gamma}_{\vec{n}} H_2 \quad (IV.33)$$

Multipliziert man (IV.33) mit $u_{\vec{n}\lambda}$

$$[H_2, \vec{\Gamma}_{\vec{n}}] u_{\vec{n}\lambda} = H_2 \vec{\Gamma}_{\vec{n}} u_{\vec{n}\lambda} - \vec{\Gamma}_{\vec{n}} H_2 u_{\vec{n}\lambda}, \quad (IV.34)$$

so erhält man

$$H_2 \vec{\Gamma}_{\vec{n}} u_{\vec{n}\lambda} = \vec{\Gamma}_{\vec{n}} H_2 u_{\vec{n}\lambda} + [H_2, \vec{\Gamma}_{\vec{n}}] u_{\vec{n}\lambda} \quad (IV.35)$$

Nun setzen wir (IV.35) in Gleichung (IV.32) ein:

$$\begin{aligned}
 (\mathcal{E}_n - E_\lambda) u_{n\lambda} + \sum_{\acute{n}} \int \bar{\Gamma}_n^*(x, \xi) \bar{\Gamma}_{\acute{n}} H_2 u_{\acute{n}\lambda} \\
 = - \sum_{\acute{n}} \int \bar{\Gamma}_n^*(x, \xi) [H_2, \bar{\Gamma}_{\acute{n}}] u_{\acute{n}\lambda}
 \end{aligned}
 \quad (\text{IV.36})$$

Bringt man den Term mit $n = \acute{n}$ auf die linke Seite, so erhält man:

$$(\mathcal{E}_n - E_n) u_{n\lambda} + H_2 u_{\acute{n}\lambda} = - \sum_{\acute{n} \neq n} \int \bar{\Gamma}_n^* [H_2, \bar{\Gamma}_{\acute{n}}] u_{\acute{n}\lambda}
 \quad (\text{IV.37})$$

Die Migdal-Methode dieses Gleichungssystems, welche unter dem Namen Born-Oppenheimer-Näherung bekannt ist, besteht in der Vernachlässigung der Terme mit $\acute{n} \neq n$ (74):

$$(\mathcal{E}_n - E_n) u_{n\lambda} + H_2 u_{\acute{n}\lambda} = 0
 \quad (\text{IV.38})$$

Die Energie des schnellen Systems $\mathcal{E}_n(\xi)$ spielt die Rolle eines Zusatzpotentials (ähnlich den Potential-Energie-Flächen für den u-g-Kern in unserem Problem) in dem effektiven Hamiltonoperator des langsamen Systems. Die Gültigkeit der Migdal-Näherung bei unserem Problem wird im nächsten Abschnitt diskutiert.

IV.4 b Matrixelemente

Wir gehen nun wieder zurück zu unserem eigentlichen Problem und identifizieren die verschiedenen Variablen, die im letzten Teil aufgetreten sind, mit Variablen des u-g-Systems.

$$\begin{aligned} x &\equiv r && \text{Teilchen Koordinate,} \\ \xi &\equiv \alpha && \text{kollektive Koordinate,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1(x, \xi) &\equiv H_{\text{Teilchen}}(r, \alpha) \equiv H_T, \\ H_2(\xi) &\equiv H_{\text{coll}}(\alpha) \equiv H_C, \\ \Gamma_n(x, \xi) &\equiv \psi^{d_1}(r, \alpha) && \text{und} \\ u_{n\lambda}(\xi) &\equiv \Psi^L(\alpha) \end{aligned}$$

wobei (wie früher diskutiert) die kollektiven Koordinaten α sich langsamer als die Teilchenkoordinate r ändern.

Mit der normierten Basis (siehe Gleichung (IV.21)) setzen die Matrixelemente folgendermassen aus:

$$\begin{aligned} \langle X_{M_J}^{\vec{J}} | H_T + H_C | X_{M_J}^{\vec{J}} \rangle &= \left(\frac{(2\vec{J}+1)(2J+1)}{8\pi^2} \right)^{1/2} \\ \sum_{k, \vec{m}_1} \sum_{\vec{K}, \vec{m}_1} \begin{pmatrix} \vec{J}_1 & \vec{L} & \vec{J} \\ \vec{m}_1 & \vec{K} & \vec{K}_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 & L & J \\ m_1 & K & K_J \end{pmatrix} & \quad (IV.39) \\ \langle \Phi_{\vec{K}}^{\vec{J}}(\gamma) F_{\vec{L}}^{\lambda}(\beta) \psi_{\vec{m}_1}^{\vec{J}_1}(r, \beta, \gamma) | H_T + H_C | \psi_{\vec{m}_1}^{\vec{J}_1}(r, \beta, \gamma) F_{\vec{L}}^{\lambda}(\beta) \Phi_{\vec{K}}^{\vec{J}}(\gamma) \rangle \\ \langle D_{M_J, K_J}^{\vec{J}} | D_{M_J, K_J}^{\vec{J}} \rangle \end{aligned}$$

Die Integration über die Eulerwinkel führt auf

$$\langle D_{\begin{smallmatrix} \hat{M}_J \hat{K}_J \end{smallmatrix}}^{\hat{J}} | D_{\begin{smallmatrix} M_J K_J \end{smallmatrix}}^J \rangle = \delta_{J\hat{J}} \delta_{M_J \hat{M}_J} \delta_{K_J \hat{K}_J} \frac{8\pi}{(2J+1)} \quad (\text{IV.40})$$

Der erste Teil des Matrixelements, der H_T enthält, wird mit Hilfe des Ansatzes

$$\int \psi_{\hat{m}_1}^{\hat{J}_1}(r, \beta, \gamma) H_T \psi_{\hat{m}_1}^{\hat{J}_1} d\vec{r} = \varepsilon(\beta, \gamma) \delta_{\hat{m}_1 m_1} \delta_{\hat{J}_1 J_1}$$

so geschrieben:

$$\begin{aligned} \langle X_{M_J}^J | H_T(r, \beta, \gamma) | X_{M_J}^J \rangle &= \sum_{\hat{m}_1, \hat{K} \hat{K}_J} \begin{pmatrix} J_1 L J \\ \hat{m}_1 \hat{K} K_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 L J \\ \hat{m}_1 K K_J \end{pmatrix} \\ \langle \Phi_{\hat{K}}^{L\lambda\hat{\mu}}(\gamma) F_{\hat{e}}^{\lambda}(\beta) | \varepsilon(\beta, \gamma) | F_e^{\lambda}(\beta) \bar{\Phi}_K^{L\lambda\mu}(\gamma) \rangle & \quad (\text{IV.41}) \end{aligned}$$

Für den zweiten Teil des Matrixelementes (der H_c enthält), schreiben wir zunächst den Hamiltonoperator in der β, γ und Θ -Darstellung (13):

$$\begin{aligned} H_c &= T_{K.E} + V(\beta, \gamma) \\ &= \frac{1}{2} B_2 \sum_{\mu} \dot{a}_{\mu}^* \dot{a}_{\mu} + \frac{1}{2} \sum_K \frac{\hbar^2 L^2}{2 \mathcal{I}_K} + V(\beta, \gamma) \\ &= T_1 + T_2 + V(\beta, \gamma) \end{aligned} \quad (\text{IV.42})$$

wobei

$$T_1 = \frac{1}{2} B_2 \sum_{\mu} \dot{a}_{\mu}^* \dot{a}_{\mu}$$

und

$$T_2 = \frac{1}{2} \frac{\hbar^2 L^2}{2 \mathcal{I}_K} \quad (\text{IV.43})$$

T_1 kann man sich als Vibrationsenergie vorstellen, T_2 als Rotationsenergie, die aber die Rotations-Vibrations-Wechselwirkung enthält, da die Trägheitsmomente $\mathcal{I}_K$ von β, γ abhängen. Zunächst nehmen wir $\mathcal{I}_K$ als näherungsweise konstant an und berücksichtigen später die Abhängigkeit von β, γ als Korrekturen. Das Matrixelement von H_C lautet:

$$\begin{aligned} \langle X_{M_J}^{\mathcal{J}} | H_C | X_{M_J}^{\mathcal{J}} \rangle &= \langle X_{M_J}^{\mathcal{J}} | T_1 + V | X_{M_J}^{\mathcal{J}} \rangle \\ &+ \langle X_{M_J}^{\mathcal{J}} | T_2 | X_{M_J}^{\mathcal{J}} \rangle \end{aligned} \quad (\text{IV.44})$$

Wir betrachten zuerst das erste Matrixelement in Gleichung (IV.44), und integrieren über Θ :

$$\begin{aligned} \langle X_{M_J}^{\mathcal{J}} | T_1 + V | X_{M_J}^{\mathcal{J}} \rangle &= \sum_{\substack{\mathcal{J}_1, L, J \\ m_1, k, K_J}} \begin{pmatrix} \mathcal{J}_1 & L & J \\ m_1 & k & K_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{J}_1 & L & J \\ m_1 & k & K_J \end{pmatrix} \quad (\text{IV.45}) \\ &\cdot \langle \Phi_{\mathcal{K}}^{L\lambda\mu}(\gamma) F_{\mathcal{L}}^{\lambda}(\beta) \psi_{m_1}^{\mathcal{J}_1}(r, \beta, \gamma) | T_1 + V | \psi_{m_1}^{\mathcal{J}_1}(r, \beta, \gamma) F_{\mathcal{L}}^{\lambda}(\beta) \Phi_{\mathcal{K}}^{L\lambda\mu}(\gamma) \rangle \\ &\cdot \delta_{J \mathcal{J}} \delta_{K_J \mathcal{K}_J} \delta_{M_J \mathcal{M}_J} \end{aligned}$$

Der Kommutator $[(T_1+V), \psi_{m_1}^{j_1}]$ wird von links mit den Funktionen $F_\ell^\lambda(\beta) \Phi_K^{L\lambda\mu}(\gamma)$ multipliziert (genau wie wir es im letzten Abschnitt gemacht haben). Daraus folgt:

$$(T_1+V) \psi_{m_1}^{j_1} F_\ell^\lambda(\beta) \Phi_K^{L\lambda\mu}(\gamma) = \psi_{m_1}^{j_1} (T_1+V) F_\ell^\lambda(\beta) \Phi_K^{L\lambda\mu}(\gamma) + [(T_1+V), \psi_{m_1}^{j_1}] F_\ell^\lambda(\beta) \Phi_K^{L\lambda\mu}(\gamma)$$

und die rechte Seite der Gleichung (IV.45) wird so geschrieben:

$$\sum_{m_1', m_1, K, K'} \begin{pmatrix} j_1' & L & J \\ m_1' & K & J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & L & J \\ m_1 & K & J \end{pmatrix} \left\{ \int \Phi_K^{L\lambda\mu}(\gamma) F_\ell^\lambda(\beta) \left(\int d\bar{r} \psi_{m_1}^{j_1}(r, \beta, \gamma) \cdot \right. \right. \\ \left. \left. \psi_{m_1}^{j_1}(r, \beta, \gamma) \right) (T_1+V) \Phi_K^{L\lambda\mu}(\gamma) F_\ell^\lambda(\beta) d\beta d\gamma \beta^4 |\sin 3\gamma| \right. \\ \left. + \int \Phi_K^{L\lambda\mu}(\gamma) F_\ell^\lambda(\beta) \psi_{m_1}^{j_1}(r, \beta, \gamma) [(T_1+V), \psi_{m_1}^{j_1}(r, \beta, \gamma)] F_\ell^\lambda(\beta) \Phi_K^{L\lambda\mu}(\gamma) \right. \\ \left. \cdot r^2 dr d\beta d\gamma \beta^4 |\sin 3\gamma| \right\} \quad (IV.46)$$

Die Migdal-Näherung besteht nun in der Vernachlässigung des zweiten Terms in Gleichung (IV.46).

Die Annahme

$$\int \psi_{m_1}^{j_1}(r, \beta, \gamma) [(T_1+V), \psi_{m_1}^{j_1}(r, \beta, \gamma)] r^2 dr \approx 0$$

für $j_1 \neq j_1', m_1 \neq m_1''$ entspricht der Vernachlässigung von Übergängen zwischen Einteilchen-Zuständen, die durch die kollektive Vibrationsbewegung des Rumpfes induziert werden.

Unter Anwendung dieser Näherung erhalten wir aus (IV.46)

$$\sum_{\substack{j_1, k_1 \\ m_1, k_1}} \begin{pmatrix} j_1 & L & J \\ m_1 & k_1 & k_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & L & J \\ m_1 & k_1 & k_1 \end{pmatrix} \left\{ \langle \Phi_{k_1}^{L\lambda\mu}(\gamma) F_{\ell}^{\lambda}(\beta) | T_1 | \Phi_k^{L\lambda\mu}(\gamma) F_{\ell}^{\lambda}(\beta) \rangle \right. \\ \left. + V_{\rho\mu} \int \beta^4 d\beta F_{\ell}^{\lambda}(\beta) \beta^{\rho} F_{\ell}^{\lambda}(\beta) \right. \\ \left. \cdot \int |\sin 3\gamma| d\gamma \Phi_{k_1}^{L\lambda\mu}(\gamma) (\cos 3\gamma)^{\mu} \Phi_k^{L\lambda\mu}(\gamma) \right\} \quad (\text{IV.47})$$

In (IV.47) tritt das kollektive Potential

$$V(\beta, \gamma) = \sum_{\rho\mu} V_{\rho\mu} \beta^{\rho} (\cos 3\gamma)^{\mu}$$

auf, wie wir es in Teil 2.1b erklärt haben. Das Matrixelement von T_1 wird mit Hilfe der Gradientenformel der Gruppe $U(5)$ (43) berechnet. Damit wird das letzte Matrixelement zu:

$$\langle X_{\vec{M}_J}^{\vec{J}} | T_2 | X_{\vec{M}_J}^{\vec{J}} \rangle = \left(\frac{(2\vec{J}+1)(2\vec{J}+1)}{8\pi^2} \right)^{1/2} \sum_{\substack{\vec{m}_1, \vec{k} \\ \vec{m}_1, \vec{k}}} \begin{array}{c} \vec{J}, \vec{L}, \vec{J} \\ \vec{m}_1, \vec{k}, \vec{k}_J \end{array} \begin{array}{c} \vec{J}, \vec{L}, \vec{J} \\ \vec{m}_1, \vec{k}, \vec{k}_J \end{array}$$

$$\langle \Phi_{\vec{k}}^{L\lambda\mu}(\gamma) F_{\vec{e}}^{\lambda}(\beta) \psi_{\vec{m}_1}^{\vec{J}}(r, \beta, \gamma) \mid \psi_{\vec{m}_1}^{\vec{J}}(r, \beta, \gamma) F_{\vec{e}}^{\lambda}(\beta) \Phi_{\vec{k}}^{L\lambda\mu}(\gamma) \rangle$$

(IV.48)

$$\langle D_{\vec{M}_J \vec{k}_J}^{\vec{J}}(\theta) \mid \frac{\hbar^2 J^2}{2J_0} \mid D_{\vec{M}_J \vec{k}_J}^{\vec{J}}(\theta) \rangle$$

Hier ist von $L^2 = J^2 - 2\vec{J}_1 \cdot \vec{L} + J_1^2$ aus Gl. (IV.43) nur der Term $\sim J^2$ mitgenommen worden. Der Term $\sim J_1^2$ ist in der Teilchen-Energie mitenthalten. Der letzte Term $\sim \vec{J}_1 \cdot \vec{L}$ ist die Coriolis-Kopplung. Sie wird später durch von β und γ abhängige Trägheitsmomente berücksichtigt werden. Die Coriolis-Wechselwirkung wird also als ein Teil der Rotations-Vibrations-Wechselwirkung aufgefasst (13).

Zur Auswertung von (IV.48) müssen wir die beiden folgenden Matrizen berechnen:

$$\langle D_{\vec{M}_J}^{\vec{J}} \mid \frac{\hbar^2 J^2}{2J_0} \mid D_{\vec{M}_J}^{\vec{J}} \rangle = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2J_0} \left(\frac{8\pi^2}{2J+1} \right) \delta_{\vec{J}\vec{J}} \delta_{\vec{M}_J \vec{M}_J} \delta_{\vec{k}_J \vec{k}_J} \quad (IV.49)$$

$$\langle \Phi_{\vec{k}}^{L\lambda\mu}(\gamma) F_{\vec{e}}^{\lambda}(\beta) \psi_{\vec{m}_1}^{\vec{J}}(r, \beta, \gamma) \mid \psi_{\vec{m}_1}^{\vec{J}}(r, \beta, \gamma) F_{\vec{e}}^{\lambda}(\beta) \Phi_{\vec{k}}^{L\lambda\mu}(\gamma) \rangle$$

$$= \delta_{\vec{J}\vec{J}} \delta_{\vec{m}_1 \vec{m}_1} \delta_{\lambda\lambda} \delta_{\mu\mu} \delta_{L\vec{L}} \delta_{\vec{k}\vec{k}}$$

(IV.50)

Das bringt die Gleichung (IV.48) in die Form

$$\langle X_{M_J}^J | T_2 | X_{M_J}^J \rangle = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2 J_0} \delta_{LL} \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\mu\mu'} \quad (\text{IV.51})$$

Wir bemerken, dass zusätzlich ein $\delta_{\mu\mu'}$ auftreten muss, wie wir in Unterabschnitt d) zeigen werden.

Das Radial-Matrixelement wird analytisch ausgerechnet (siehe folgender Abschnitt c)). Alle anderen Matrixelemente sind numerisch ausgerechnet worden.

IV.4 c Das Radial-Matrixelement

Das Radial-Matrixelement lautet:

$$\int_0^\infty F_{\ell}^{\lambda''}(\beta) \beta^p F_{\ell}^{\lambda}(\beta) \beta^4 d\beta$$

wobei $F_{\ell}^{\lambda}(\beta)$ die Lösung für den β -abhängigen Teil der Differentialgleichung ist

$$H_c \Psi_M^L(\beta, \gamma, \theta) = E_c \Psi_M^L(\beta, \gamma, \theta)$$

$F_{\ell}^{\lambda}(\beta)$ hat die folgende Form:

$$F_{\ell}^{\lambda}(\beta) = \left(\frac{2(\ell!)}{\Gamma(\ell + \lambda + \frac{5}{2})} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{c_2}{\hbar \omega_2} \right)^{\frac{5}{4} + \frac{\lambda}{2}} \beta^{\lambda} \quad (\text{IV.52})$$

$$\cdot L_{\ell}^{\lambda + \frac{3}{2}} \left(\left(\frac{c_2}{\hbar \omega_2} \right) \beta^2 \right) \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{c_2}{\hbar \omega_2} \beta^2}$$

ω_2 ist die Eigenfrequenz des fünfdimensionalen harmonischen Oszillators, mit $\hbar \omega_2 \sim 1 \text{ Mev}$. Setzen wir

$$\alpha \equiv \frac{C_2}{\hbar \omega_2} \beta^2, \quad \text{dann ist} \quad d\alpha = \frac{2C_2}{\hbar \omega_2} \beta d\beta$$

$$\text{und} \quad d\beta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\hbar \omega_2}{C_2}} \alpha^{-\frac{1}{2}}.$$

Durch α ausgedrückt, sieht der Radialanteil folgendermassen aus:

$$\left[\frac{4 (\ell'')! (\ell')!}{\Gamma(\ell'' + \lambda'' + \frac{5}{2}) \Gamma(\ell' + \lambda' + \frac{5}{2})} \right]^{1/2} \left(\frac{C_2}{\hbar \omega_2} \right)^{\frac{5}{2} + \frac{\lambda'' + \lambda'}{2}} \left(\frac{\hbar \omega_2}{C_2} \right)^{\frac{1}{2} (4 + \lambda'' + \lambda' + \rho)} \quad (\text{IV.53})$$

$$\cdot \int \alpha^{\frac{1}{2} (4 + \lambda'' + \lambda' + \rho)} L_{\ell''}^{\lambda'' + \frac{3}{2}}(\alpha) e^{-\alpha} L_{\ell'}^{\lambda' + \frac{3}{2}}(\alpha) \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar \omega_2}{C_2} \right)^{\frac{1}{2}} C^{-1/2} d\alpha$$

Die Laguerre-Polynome sind gegeben durch (44):

$$L_{\ell}^{\lambda + \frac{3}{2}}(\alpha) = \sum_{q=0}^{\ell} \frac{(-1)^q}{q!} \binom{\ell + \lambda + \frac{3}{2}}{\ell - q} \alpha^q \quad (\text{IV.54})$$

Die Integration in (IV.53) liefert:

$$\sum_{\ell'=0}^{\ell'} \sum_{\ell''=0}^{\ell''} \frac{(-1)^{\ell'+\ell''}}{\ell'! \ell''!} \binom{\ell' + \lambda' + \frac{3}{2}}{\ell' - \ell'} \binom{\ell'' + \lambda'' + \frac{3}{2}}{\ell'' - \ell''} \quad (\text{IV.55})$$

$$\cdot \int \alpha^{\frac{3}{2} + \left(\frac{\lambda'' + \lambda' + \rho}{2} \right) + \ell' + \ell''} e^{-\alpha} d\alpha$$

Wir definieren $\tilde{f} = \frac{3}{2} + \frac{\lambda'' + \lambda' + \rho}{2} + \dot{q} + \ddot{q}$

Wir benutzen (45)

$$\int_0^\infty \tilde{Q} e^{-\alpha} d\alpha = \tilde{f} ! \quad \text{für ganzzahlige } \tilde{f}$$

bzw. $\int_0^\infty \alpha^{n-\frac{1}{2}} e^{-\mu x} dx = \sqrt{\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2n-1}{2} \mu^{-n-\frac{1}{2}} \quad (\text{IV.56})$
 $= \Gamma(n + \frac{1}{2})$

für halbzahlige $\tilde{f} = n - \frac{1}{2}$

wobei in (IV.56) $\text{Re} \mu > 0$ sein muss.

Damit erhält das Radial-Matrixelement die folgende Form:

$$\left[(\ddot{\ell})! (\dot{\ell})! \Gamma(\dot{\ell} + \lambda' + \frac{5}{2}) \Gamma(\ddot{\ell} + \lambda'' + \frac{5}{2}) \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\hbar \omega_2}{c_2} \right)^{\rho/2} \quad (\text{IV.57})$$

$$\sum_{\dot{q}=0}^{\dot{\ell}} \sum_{\ddot{q}=0}^{\ddot{\ell}} \frac{(-1)^{\dot{q}+\ddot{q}}}{\dot{q}! \ddot{q}!} \frac{\Gamma(\frac{5}{2} + \frac{\lambda'' + \lambda' + \rho + \dot{q} + \ddot{q}}{2})}{\Gamma(\lambda' + \dot{q} + \frac{5}{2}) (\dot{\ell} - \dot{q})! \Gamma(\ddot{\ell} + \ddot{q} + \frac{5}{2}) (\ddot{\ell} - \ddot{q})!}$$

Zu dne Wellenfunktionen Ψ_M^L wollen wir bemerken, dass die Wellenfunktionen mit $L > 6$ nicht mehr orthogonal sind (μ hat mehr als einen möglichen Wert). Daher muss man das Schmittverfahren (32) benutzen, um die Wellenfunktionen zu orthogonalisieren. Die Matrixelemente müssen mit normierten Wellenfunktionen Ψ_M^L berechnet werden. Deshalb müssen die Matrixelemente nach der folgenden Formel

$$\langle \begin{matrix} | \\ O_{op} \\ | \end{matrix} \rangle_{\text{Normiert}} = \frac{\langle \Psi_M^L | O_{op} | \Psi_M^{\prime L} \rangle}{\sqrt{\langle \Psi_M^L | \Psi_M^L \rangle \langle \Psi_M^{\prime L} | \Psi_M^{\prime L} \rangle}}$$

normiert werden.

IV.4 d Auswahlregeln

Die Matrixelemente in (IV.47) haben genau dieselben Auswahlregeln wie die entsprechenden Matrixelemente für g-g-Kerne (16). Die Matrixelemente (IV.41) des Einteilchenanteils haben keine Auswahlregeln, und man muss alle Matrixelemente ausrechnen.

Für ein kollektives Matrixelement mit gegebenem $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ und β -Exponenten ρ hat man nach (IV.57) zwei Möglichkeiten:

1. $\Delta\lambda \leq \rho$; dann gibt es die Fälle:

(i) $\frac{1}{2} (\rho + \Delta\lambda) = \text{ganzzahlig}$ und $\Delta\nu \leq \rho$

(ii) $\frac{1}{2} (\rho + \Delta\lambda) = \text{halbzahlig}$ und $\Delta\nu$ ist beliebig.

2. $\Delta\lambda > \rho$; dann ist $\Delta\nu$ beliebig.

In den Matrixelementen (IV.48) für den Rotationsanteil ist immer $\rho = 0$. Deshalb gibt es hier nur die Möglichkeit $\Delta\lambda = 0$, und weil $\frac{1}{2} (\rho + \Delta\lambda)$ ganzzahlig ist, folgt $\Delta\nu \leq \rho$. Daher muss man nur die Matrixelemente mit $\nu = \nu'$ berechnen, wie bereits in Abschnitt b) angekündigt worden ist.

IV.5 Das Problem des Grundzustand-Spins in u-g-Kernen - Analogie zur Theorie der molekularen Zustände

Der Einteilchendreimpuls $\mathcal{I}_1$ wird nicht durch das Modell bestimmt. Es gibt keine einfachen Korrelationen zwischen den Rotationszuständen des g-g-Kerns und denen des entsprechenden u-g-Kerns (46), dessen Rumpf dieser g-g-Kern ist. Das kann man mit Hilfe von ein paar einfachen klassischen Argumenten sehen:

Sei die Bewegung des Rumpfes durch Koordinaten $\mathcal{R}, \varphi$, jene des Teilchens durch r, ψ beschrieben (siehe Fig. IV.2).

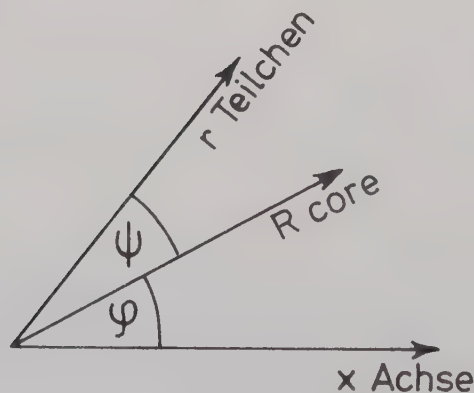


Fig. IV.2

Die kinetischen Energien sind gegeben durch

$$T_{\text{Rumpf}} = \frac{1}{2} M (\dot{\mathcal{R}}^2 + (\mathcal{R} \dot{\varphi})^2)$$

$$T_{\text{Teilchen}} = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + (r (\dot{\psi} + \dot{\varphi}))^2)$$

Die zugehörige Lagrange-Funktion ist

$$L = \frac{1}{2} M (\dot{R}^2 + R \dot{\varphi}^2) + \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 (\dot{\psi} + \dot{\varphi})^2) - V(R) - V(r, R, \psi) \quad (\text{IV.58})$$

Die konjugierten Impulse zu r, ψ, R, φ sind:

$$\left. \begin{aligned} p_r &= m \dot{r} \\ p_\psi &= m r^2 (\dot{\psi} + \dot{\varphi}) \end{aligned} \right\} \text{Teilchen} \quad (\text{IV.59})$$

$$\left. \begin{aligned} p_R &= M \dot{R} \\ p_\varphi &= M R^2 \dot{\varphi} + m r^2 (\dot{\psi} + \dot{\varphi}) \end{aligned} \right\} \text{Rumpf}$$

Setzen wir dies in (IV.58) ein, so erhalten wir:

$$L = \frac{1}{2} \frac{p_r^2}{m} + \frac{1}{2} \frac{p_R^2}{M} + \frac{1}{2} \frac{(p_\varphi - p_\psi)^2}{M R^2} + \frac{1}{2} \frac{p_\psi^2}{m r^2} \quad (\text{IV.60})$$

Der Hamiltonoperator (47) $H = \sum_i q_i p_i - L$,
wobei p_i der Drehimpuls ist, welcher der Koordinate q_i zugeordnet ist, lässt sich daraus bestimmen:

$$H = \dot{r} (m \dot{r}) + \dot{R} (M \dot{R}) + \dot{\varphi} p_\varphi + \dot{\psi} p_\psi - L \quad (\text{IV.61})$$

$$= \frac{p_r^2}{m} + \frac{p_R^2}{M} + \frac{p_\varphi - p_\psi}{M R^2} p_\varphi + p_\psi^2 (J_r + J_R) - p_\psi p_\varphi J_R - L$$

Wenn wir nun noch L aus (IV.60) einsetzen, so erhalten wir schliesslich

$$H = \frac{1}{2} \frac{P_r^2}{m} + \frac{1}{2} J_r P_\psi^2 + V(r-R, \psi) \quad (IV.62)$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{P_R^2}{M} + \frac{1}{2} J_R (P_\varphi - P_\psi)^2 + V(R)$$

Wir sehen, dass ausser der Rotationsenergie noch ein Beitrag $\frac{1}{2} J_R (P_\varphi - P_\psi)^2$ auftritt, der von der intrinsischen Bewegung des ungeraden Teilchens stammt. Dieser Term führt zu Abweichungen der u-g-Rotationszustände von den g-g-Rotationszuständen. Das heisst, dass in unserem Problem der intrinsische Beitrag $J_1 (J_1 + 1)$ (der dem oben diskutierten Term entspricht) eine wichtige Rolle für die resultierenden Rotationszustände des u-g-Kerns spielt.

Die Dynamik des Systems ist ähnlich wie bei zweiatomigen Molekülen. Dort hat man ein gekoppeltes System aus elektronischer Einteilchen-Bewegung und kollektiven Rotations- und Vibrations-Bewegungen des gesamten Systems (48). Man findet dort den molekularen Zustand, indem man erst die schnelle Bewegung der Elektronen bezüglich des deformierten, als festgehalten betrachteten Feldes löst und dann die langsamen kollektiven Bewegungen (Rotationen und Vibrationen) bestimmt.

Die u-g-Kern-Wellenfunktionen haben dieselbe Struktur wie die Wellenfunktionen eines zweiatomigen Moleküls (49,50). In diesem Molekül haben die Elektronen einen Drehimpuls J_1 .

Bei gegebenem Gesamtdrehimpuls J ist die Rotationsenergie durch folgende Gleichung bestimmt:

$$H_{\text{rot}} = \frac{J(J+1)}{2P} - \frac{1}{2P} (J_- J_+ + J_+ J_-) + \frac{1}{2P} (J_1(J_1+1) - 2K_J^2) \quad (\text{IV.63})$$

Der Term $\frac{1}{2P} (J_1(J_1+1) - 2K_J^2)$ hängt nur von der intrinsischen Bewegung des Elektrons ab und hat einen minimalen Wert, falls

$$J_1 = K_J = |\Omega| \quad (\text{IV.64})$$

ist (50).

Bezeichnen wir mit Ω_P die Projektion des Einteilchen-Drehimpulses J_1 auf die intrinsische Achse, so sind im Kern die Zustände mit Ω_P und $-\Omega_P$ entartet. Als Grundzustand des u-g-Kerns nehmen wir $\Omega = \Omega_P$, mit Ω an (IV.64) (51,52), weil dann der intrinsische Beitrag zur Energie minimal wird.

Um dies noch etwas besser zu erläutern, machen wir folgende Überlegung:

Es gibt im Kern zwei Arten von Wechselwirkungen:

- (a) die Wechselwirkung der Teilchen miteinander,
- (b) die Wechselwirkung der Teilchen mit dem Kern-Feld.

Für kleine Deformationen in Kernen nahe den magischen Inseln dominiert die Wechselwirkung zwischen den Teilchen über die Wechselwirkung mit der Kerndeformation. Deshalb ist der Grundzustandsdrehimpuls J als Summe aller Einteilchen-Drehimpulse gegeben.

In stark deformierten Kernen beherrscht die Wechselwirkung des ungeraden Teilchens mit der Kernform des Rumpfes die Dynamik. Entsprechend ergibt sich der Grundzustandsspin, indem man den Einteilchendreimpuls J_1 auf die Rumpf-Achse projiziert: $J = J_1 = \Omega_p$ (53). Man erhält also als Grundzustand einen Zustand, bei dem der Spin des ungeraden Teilchens parallel zur Rumpf - Achse ausgerichtet ist.

In unseren Rechnungen haben wir für J_1 die experimentellen Werte für die Grundzustandspins genommen und entsprechend der obigen Überlegung $\Omega_p = J_1$ gesetzt. Die Einteilchen-Energie wurde identifiziert mit der Energie des Niveaus mit $\Omega_p = J_1$, die sich aus dem Energieschema im deformierten Feld (Nilsson-Schema) ergibt.

Kapitel V

Spektren der u-g-Kerne

V.1 Experimenteller Überblick

Wir interessieren uns hier für die Kerne im Bereich $50 < (N, Z) < 82$. Diese Kerne sind sehr weich und können als Übergangskerne charakterisiert werden (54). Das experimentelle Studium dieser Kerne zeigt, dass diese starke Abweichungen von der $J(J+1)$ Regel für die Grundzustandsbande aufweisen. Der Versuch, die Kerne im Bereich $50 < (N, Z) < 82$ auf der Basis des klassischen Grenzfalles des starren Rotators oder des harmonischen Vibrators oder auch des asymmetrischen Rotators mit β -Vibrationen (55) zu analysieren, erscheint fraglich, da diese Kerne zwar deformiert, jedoch sehr weich sind.

Weil das hier benutzte verallgemeinerte kollektive Modell den kollektiven Hamiltonoperator für alle Quadrupoldeformationen enthält - im Gegensatz zu früheren Modellen -, ist es ideal für Kerne in dem oben genannten Bereich. Wir werden hier die zwei Beispiele $^{167}_{69}\text{Tm}_{98}$ und $^{189}_{77}\text{Ir}_{112}$ besprechen, die Spektren dafür berechnen und mit experimentellen Daten vergleichen.

V.2 Der Kern ^{167}Tm

Dieser Kern liegt auf der Nuklidkarte zwischen den beiden g-g-Kernen $^{166}_{68}\text{Er}_{98}$ und $^{168}_{70}\text{Yb}_{98}$. Fig. V.1 zeigt die Potential-

Energie-Fläche (15) für diese beiden Kerne. Die Potential-Energie-Fläche des $^{166}_{68}\text{Er}$ ist prolat deformiert, und der Kern ist weich in γ -Richtung, d.h. das prolate Minimum reicht weit in den asymmetrischen Bereich. Die Potential-Energie-Fläche des $^{168}_{70}\text{Yb}$ zeigt ebenso einen prolat deformierten Rotationskern, der in γ -Richtung weich ist. Wenn man die Spektren dieser beiden Kerne in Fig. V.2 betrachtet, dann bemerkt man allerdings, dass der Abstand zwischen Grundzustandsbande und angeregten Banden im Yb grösser ist als im Er. Ausserdem liegt die erste β -Bande unterhalb der γ -Bande, und es zeigt sich zusätzlich eine zweite β -Bande (siehe Fig. V.2). Die experimentellen Daten dieser beiden g-g-Kerne haben wir den Ref. (56,57) entnommen, die theoretischen Spektren stammen aus Ref. (15). Die Wellenfunktionen des $^{166}_{68}\text{Er}$ bieten uns jetzt die Basis $|A-1\rangle$, über die wir in Abschnitt II.3 gesprochen haben; die von $^{168}_{70}\text{Yb}$ stellen die Basis $|A+1\rangle$ dar. Ein Blick auf die experimentellen Daten (58) für ^{167}Tm in Fig. V.3 zeigt, dass die Energie-Abstände in der Grundzustandsbande auf eine Art variieren, die sich nicht im Rahmen der bekannten klassischen Grenzfälle wie Rotator- und Vibratorzustände erklären lässt. Das Bild zeigt zwei Banden mit positiver Parität mit Grundzustandspin $1/2^+$ und $7/2^+$ und ausserdem zwei Banden mit negativer Parität mit Spin $1/2^-$ und $7/2^-$.

Die erste Bande mit positiver Parität und Spin $1/2$ zeigt ein "staggering" der Energie-Abstände. Darunter versteht man

folgendes: Ordnen wir den Zuständen mit Drehimpuls J die Drehimpulsdifferenz zum Grundzustand $\Delta J = J - 1/2$ zu, so sehen wir, dass der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zuständen mit geradem ΔJ ungefähr so gross ist wie der Abstand zwischen den beiden benachbarten Zuständen mit ungeradem ΔJ , jedoch viel grösser als der Abstand zwischen zwei benachbarten Zuständen, von denen einer gerades, der andere ungerades ΔJ besitzt.

Ein Versuch, diese Energie-Bänder mit dem Rotationsgesetz $J(J+1)$ zu vereinbaren, ist unmöglich, auch wenn man eine zusätzliche Coriolis-Kopplung einführt (59).

Die Einteilchenniveaus für den Tm-Kern werden in der Nähe der Fermikante in Fig. V.4 gezeigt. Die mit Kreuzen markierte Linie (xxxx) ist die Fermikante, die wir für die Banden mit positiver Parität benutzt haben. Sie wird von den Niveaus $1/2^+[411]$ und $7/2^+[404]$ aufgebaut. Diese Niveaus kreuzen sich bei $\beta=0.25$. Für die Banden positiver Parität wurde eine Kopplung eines Protons an den Rumpf ^{166}Er durchgeführt; die daraus resultierenden theoretischen Spektren werden in Fig. V.5 und V.6 gezeigt. Die Ergebnisse stimmen mit den experimentellen Daten gut überein. Vor allem wird erstmals das "staggering" der Energiezustände von der Theorie richtig beschrieben. Der Wert des Trägheitsmoments vergrösserte gegenüber dem g-g-Kern um 40%. Dies stimmt, wie wir später in Fig. V.16 sehen werden, mit den Experimenten überein.

Die Banden negativer Parität zeigen eine gestörte Ordnung

im Spin der Energieniveaus. Die Spins kommen experimentell in Fig. V.3 der folgenden Reihenfolge: $1/2$, $5/2$, $3/2$, $9/2$, $7/2$, $13/2$, $17/2$, $21/2$ und $25/2$. Dieses Verhalten kann man dadurch erklären, dass ein Protonen-Loch an den Rumpf $^{18}_7{}^8\text{Yb}$ gekoppelt wird. Dieses Loch besetzt das Fermi-Niveau, das von den Zuständen $1/2^-$ [541] und $7/2^-$ [523] gebildet wird (gewellte Linie ($\sim$) in Fig.V.4). Wichtig ist, dass diese beiden Niveaus sich gerade in der Nähe der Grundzustandsdeformation des Rumpfes bei $\beta = 0.4$ kreuzen. Dadurch wird je nach der für einen bestimmten Rotationszustand des Rumpfes angenommenen Deformation einmal das Loch-Niveau $1/2^-$ und ein anderes Mal der $7/2^-$ -Zustand das u-g-Spektrum bestimmen. Ausserdem ist zu bemerken, dass das Niveau $1/2^-$ [541] sich mit wachsendem β sehr schnell absenkt. Diese starke Energieveränderung bei Variation der Deformation ($\sim 0.7 \hbar \omega_0$ MeV) hat zur Folge, dass beim Übergang von einem Rotationszustand des Kerns zu einem anderen die Veränderung der Einteilchenenergie über die Veränderung der Rotationsenergie dominieren kann und deshalb die gewohnte Niveauordnung von Rotationszuständen durchbrochen werden kann. Die theoretischen Spektren, die mit dieser Ankopplung ausgerechnet wurden, werden in Fig. V.7 und V.8 gezeigt.

In Fig. V.7 kann man sehen, dass man ohne Niveaukreuzung (nur das Niveau $1/2^-$ [541] wird als Fermikante angenommen) die Zustände $3/2^-$ und $9/2^-$ überhaupt nicht erhalten kann. Deshalb ist die Berücksichtigung der Niveaukreuzung von fundamentaler Wichtigkeit. Fig. V.8 zeigt, dass die $7/2^-$ -Bande ausgezeichnet

reproduziert wird. Man sieht, dass die experimentell nicht beobachtete Bande mit der Spinfolge $5/2^-$, $7/2^-$, (rechts von der $7/2^-$ -Bande eingezeichnet) verschwindet, wenn man die Niveaureuzung berücksichtigt.

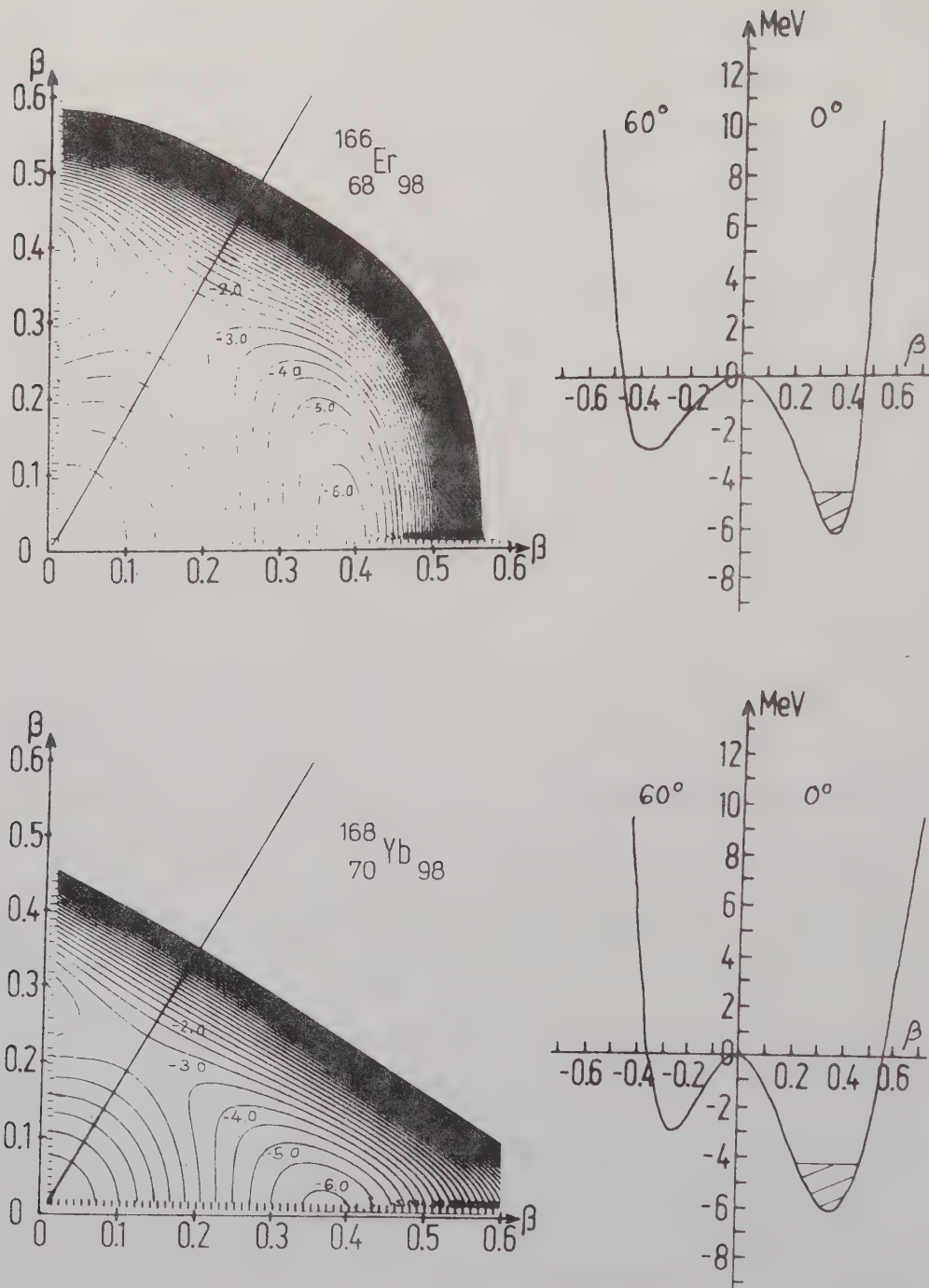


Fig. V.1

Die Potential-Energie-Flächen der beiden g-g-Cores $|A-1\rangle \equiv ^{166}_{68}\text{Er}_{98}$ und $|A+1\rangle \equiv ^{168}_{70}\text{Yb}_{98}$ für den u-g-Kern $^{167}_{69}\text{Tm}_{98}$. Beide Flächen zeigen einen prolat deformierten Rotationskern mit unterschiedlicher Weichheit in γ -Richtung.

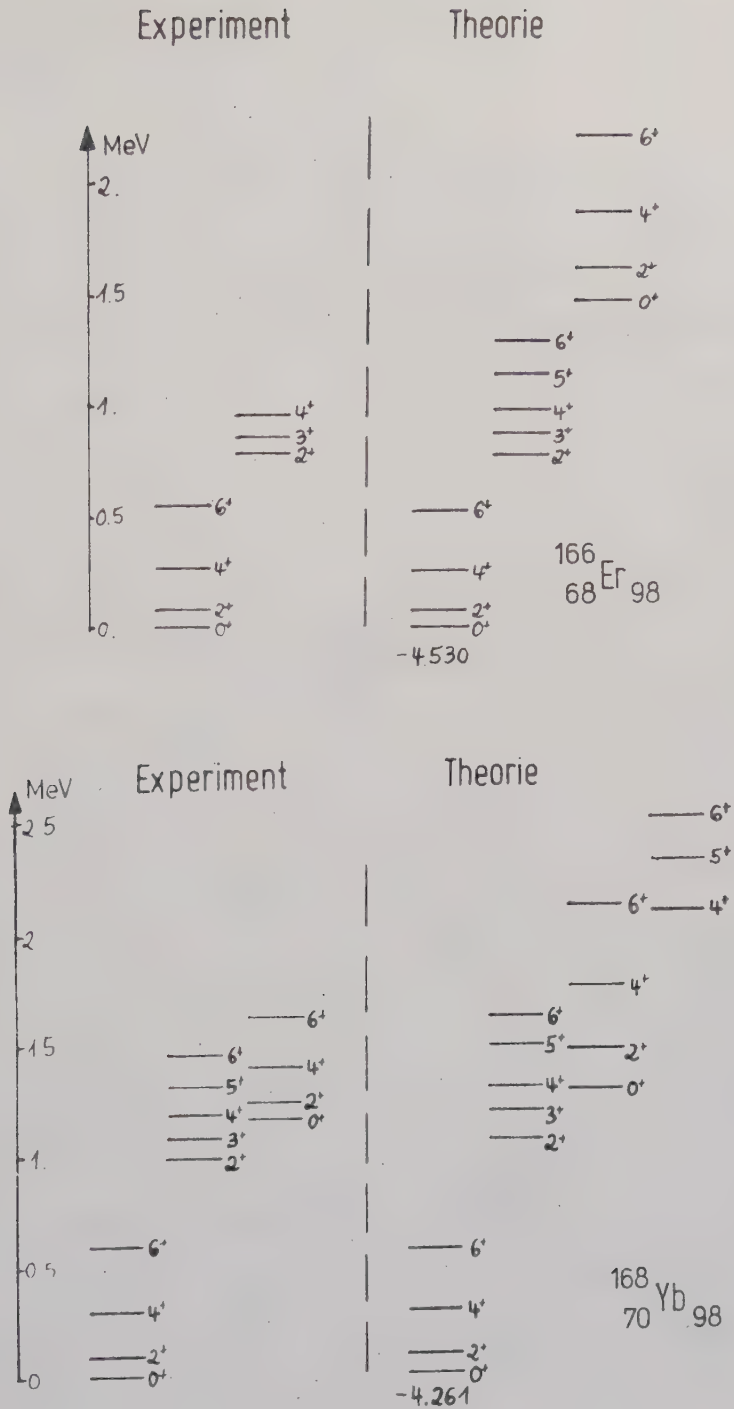
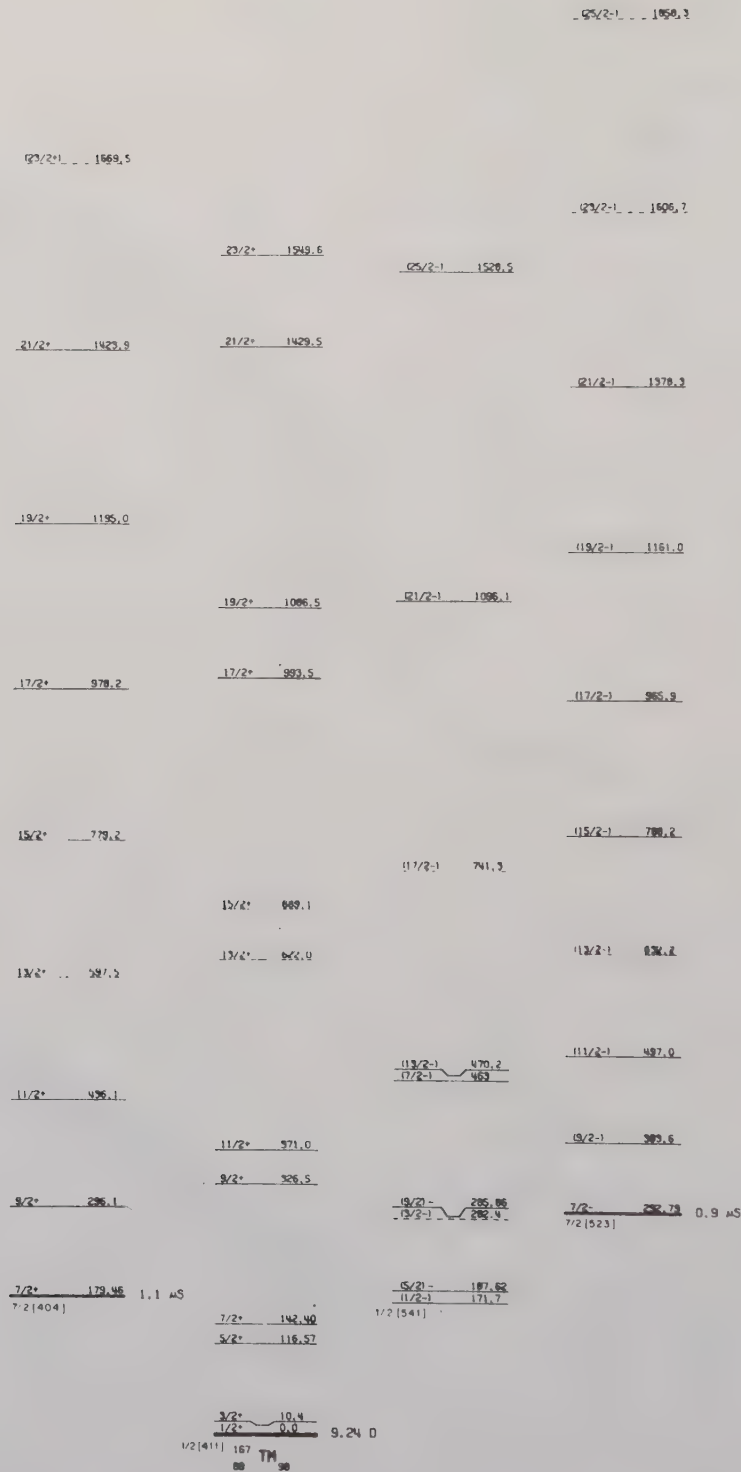


Fig. V.2

Die theoretischen und experimentellen Spektren der beiden g-g-Cores $^{166}_{68}\text{Er}_{98}$ und $^{168}_{70}\text{Yb}_{98}$. Die theoretischen Werte wurden mit Hilfe der Potential-Energie-Flächen in Fig. V.1 bestimmt.



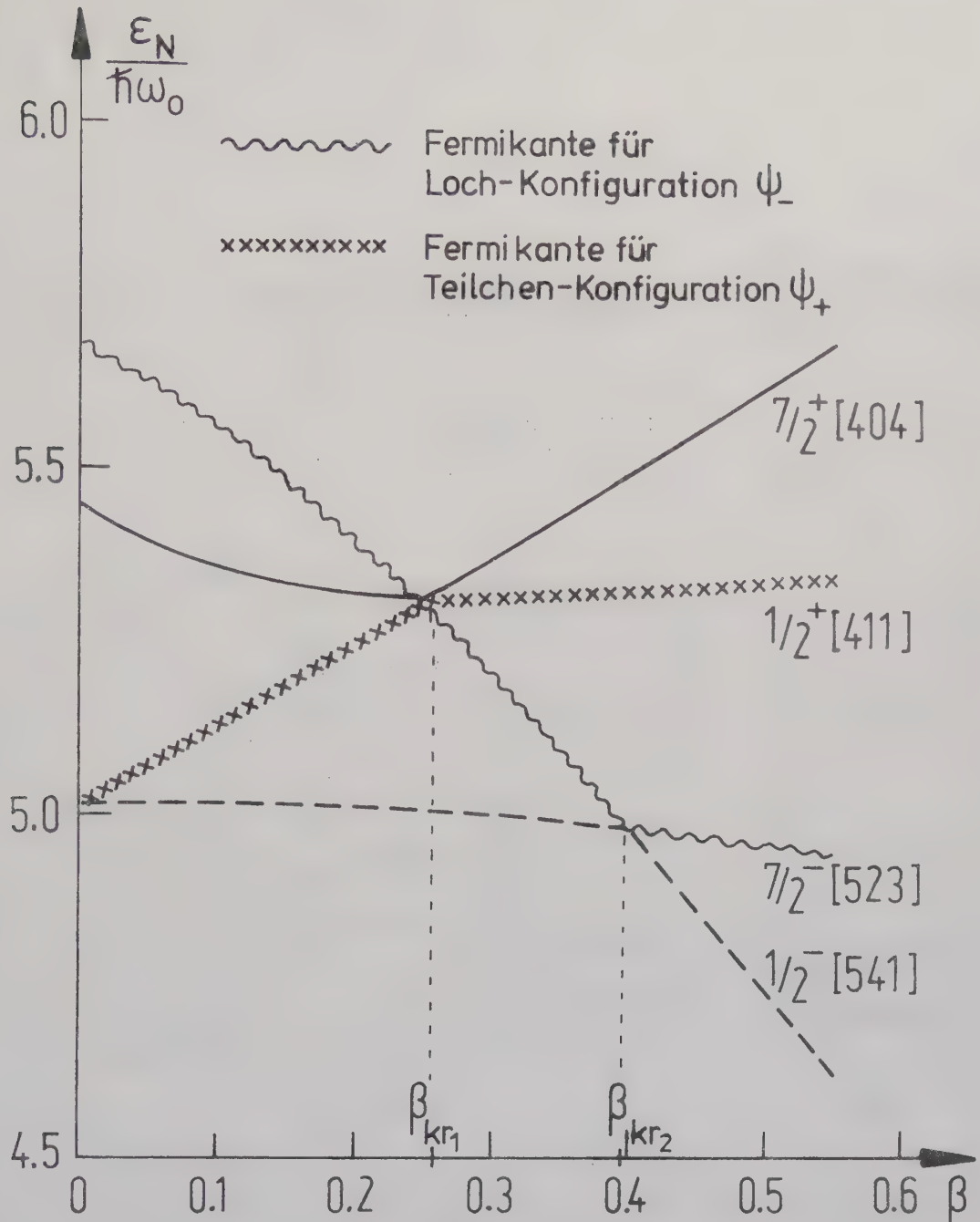


Fig. V.4

Die variable Fermi-Kante in Abhängigkeit vom Deformationsparameter β für die beiden Kerne Tm und Yb. Fermi-Kanten für Banden mit positiver Parität sind durch xxx markiert; die für Banden mit negativer Parität durch ~~~~~ . Mit β_{Kr} werden die Kreuzungspunkte der Einteilchen-Niveaus bezeichnet. Für die Niveaus $1/2^+$ und $7/2^+$ ist $\beta_{Kr1} = 0.27$; für die Niveaus $1/2^-$ und $7/2^-$ ist $\beta_{Kr2} = 0.4$.

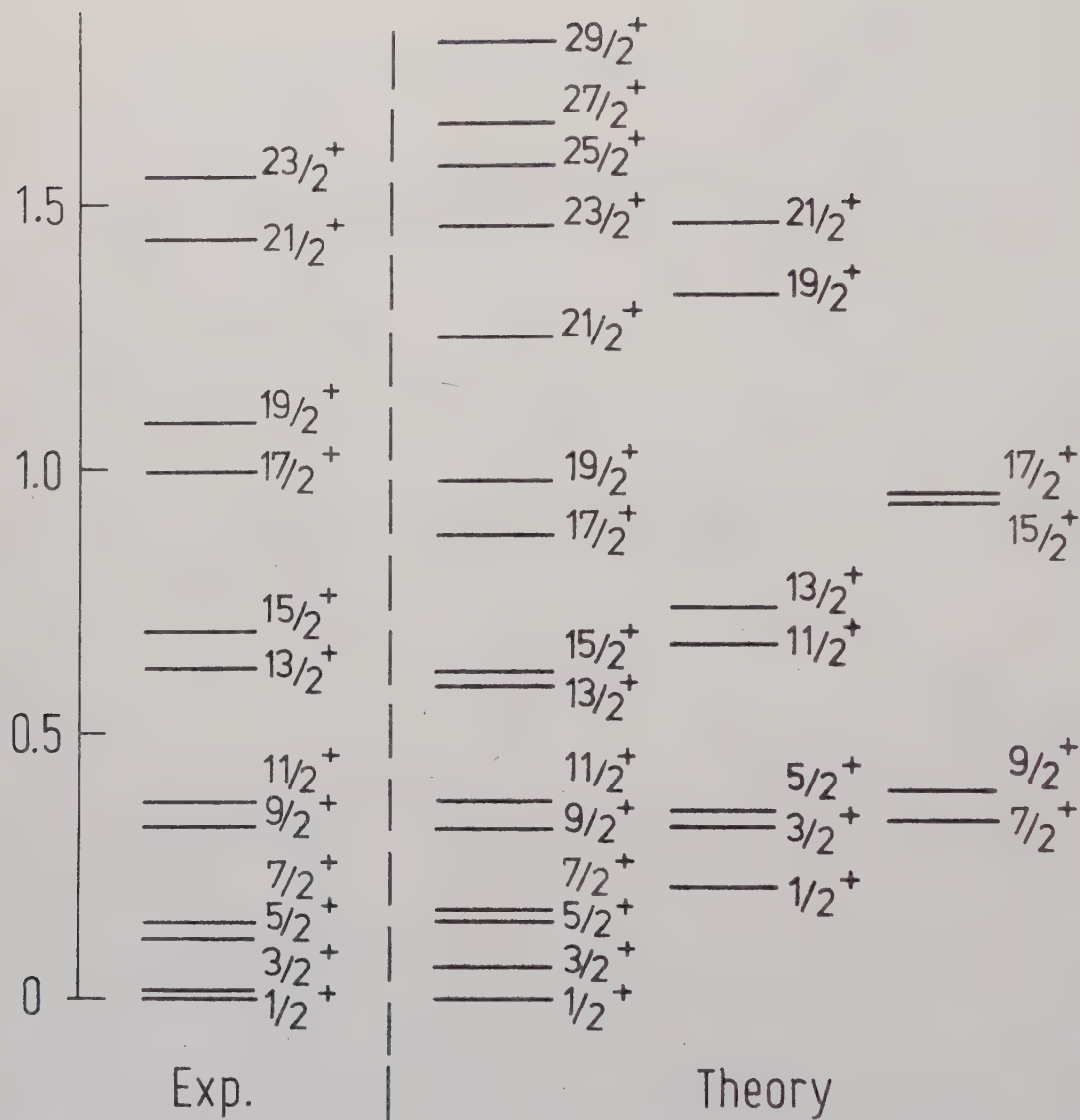


Fig. V.5

Vergleich der theoretischen und experimentellen (58) Energieniveaus der $1/2^+$ -Bande des Kerns ^{167}Tm . Für die theoretische Rechnung wurde ein Proton an einen ^{166}Er -Rumpf angekoppelt; die Resultate wurden bis Spin $29/2^+$ eingezeichnet.

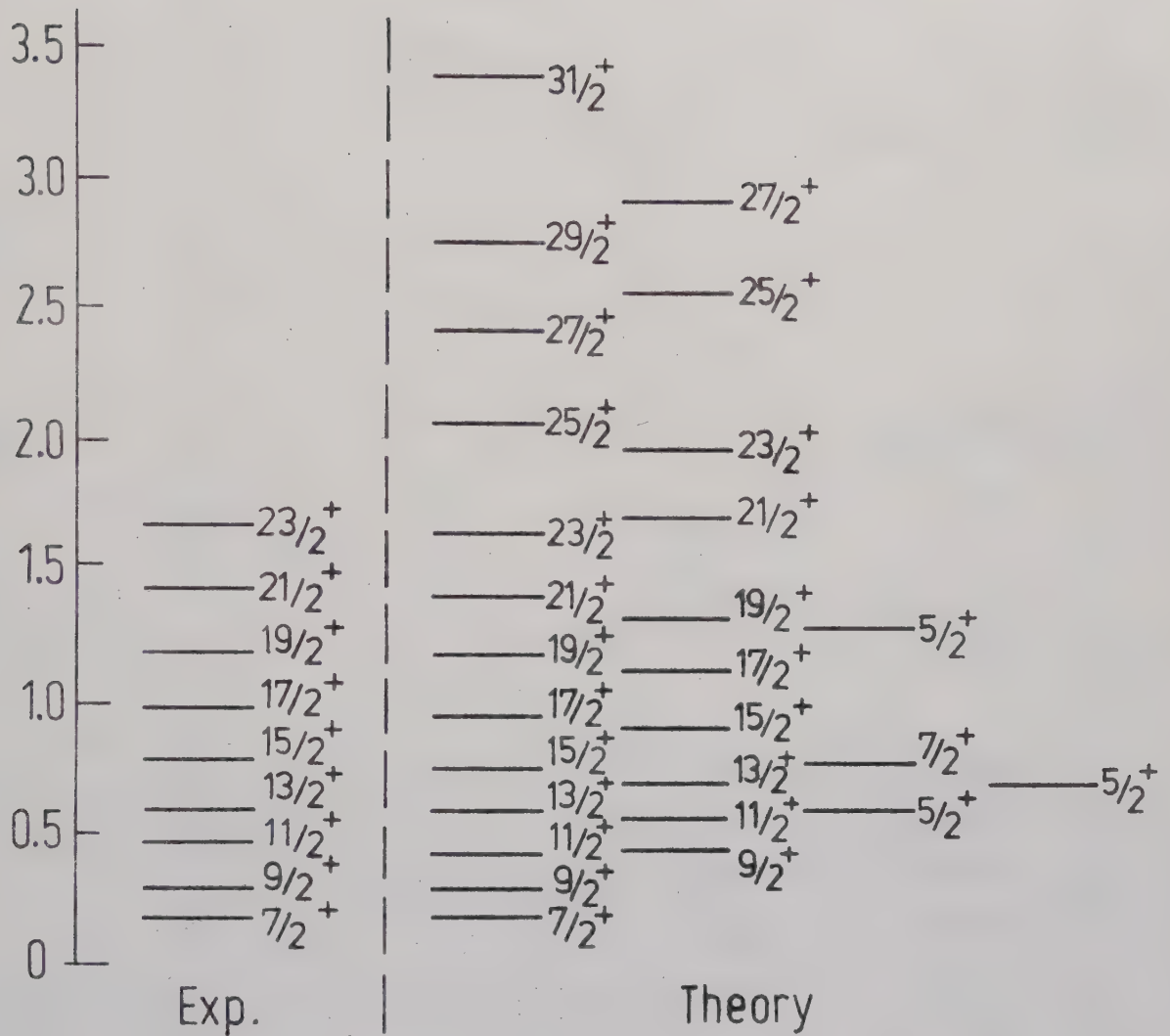


Fig. V.6

Vergleich der theoretischen und experimentellen (58) Energieniveaus der $7/2^+$ -Bande des Kerns ^{167}Tm . Es wurde dasselbe Kopplungsschema wie für Fig. V.5 benutzt.

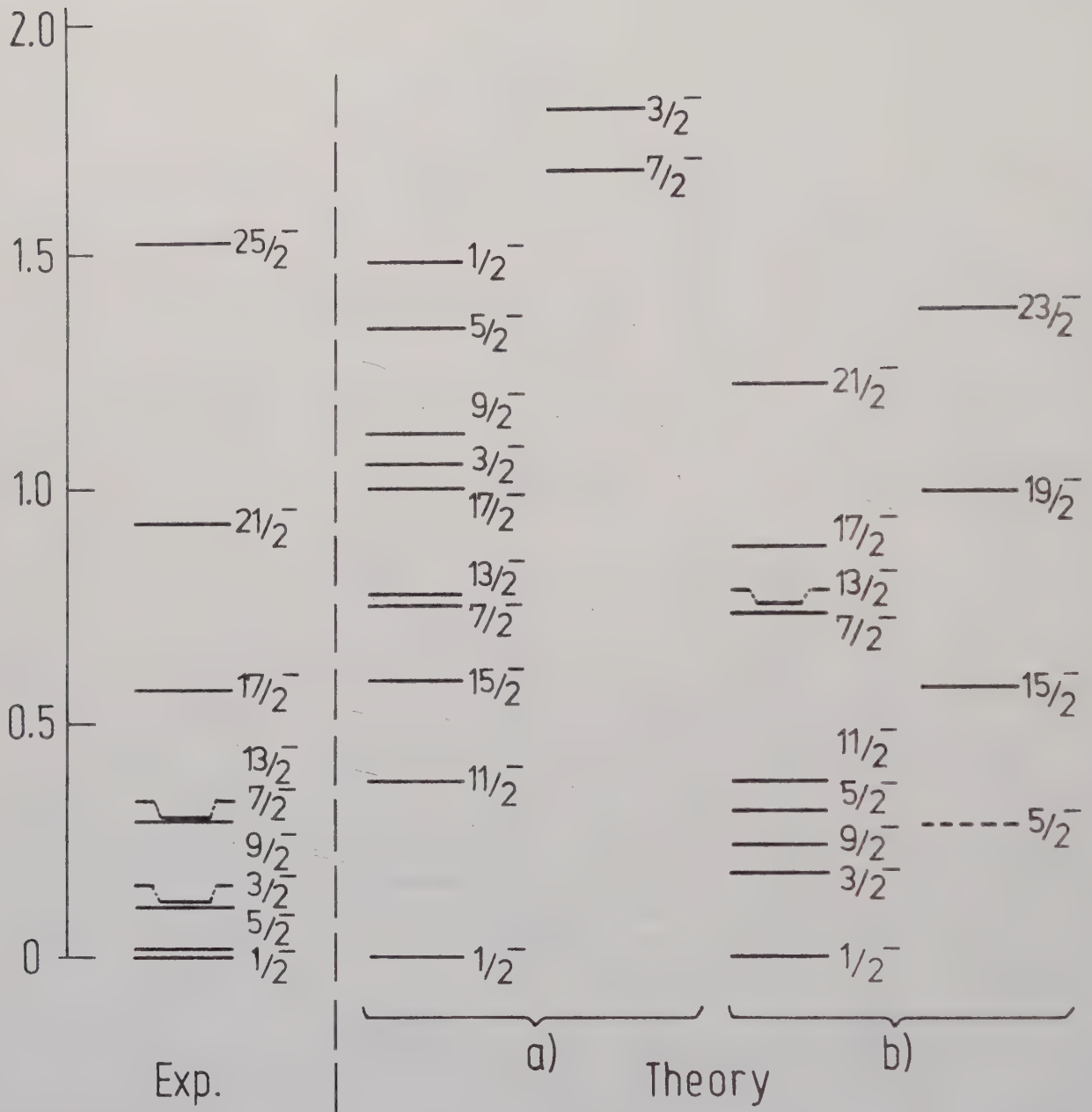


Fig. V.7

Vergleich der theoretischen und experimentellen (58) Energieniveaus der $1/2^-$ -Bande des Kerns ^{167}Tm . Die Ergebnisse zweier verschiedener Rechnungen werden gezeigt:

(a) ohne Niveaukreuzung, (b) mit Niveaukreuzung. In der Rechnung wurde ein Proton-Loch an den Rumpf ^{168}Yb angekoppelt.

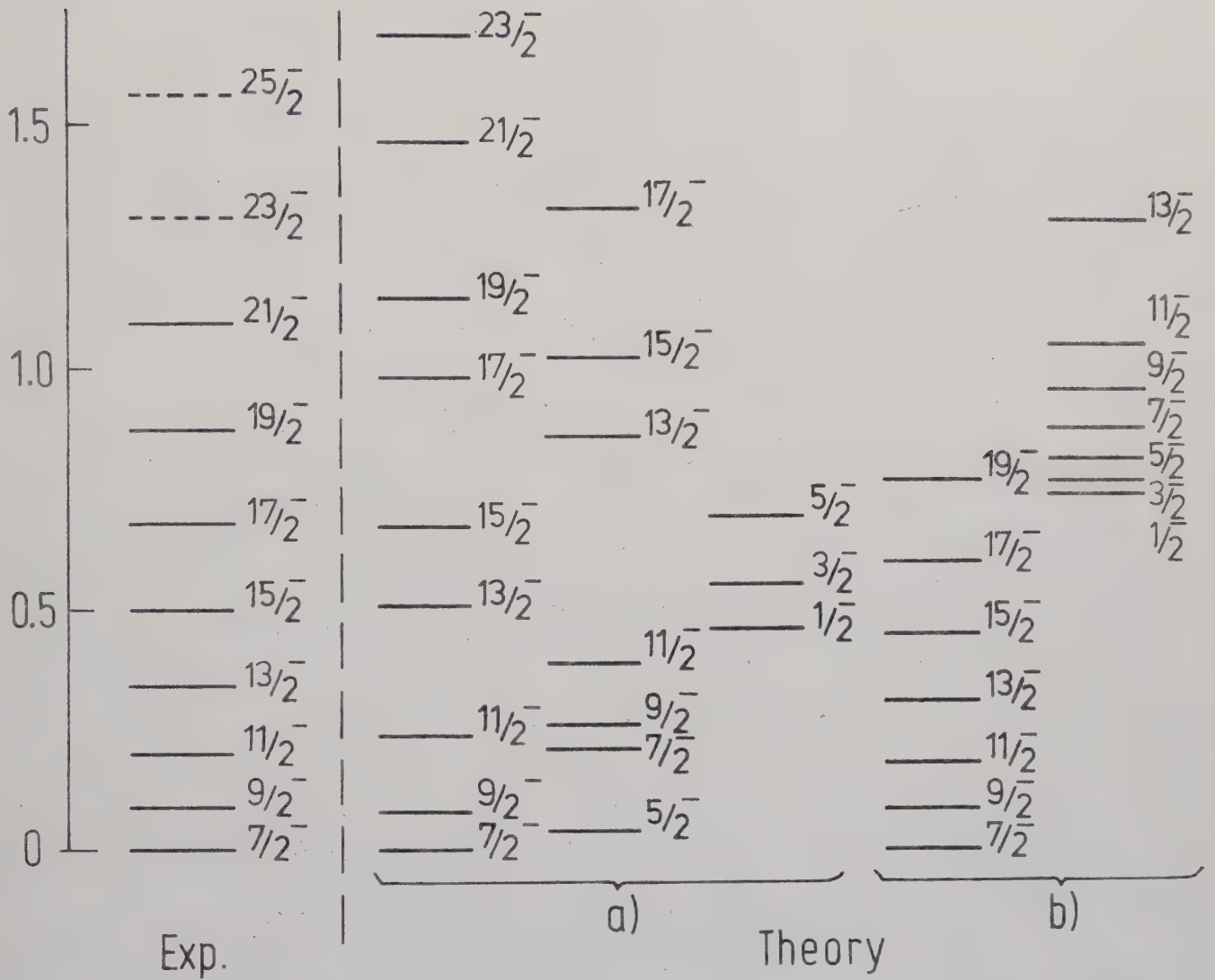


Fig. V.8

Vergleich der theoretischen und experimentellen (58) Energieniveaus der $7/2^-$ -Bande des Kerns ^{167}Tm .

(a) ohne Niveaukreuzung, (b) mit Niveaukreuzung.

Es wurde dasselbe Ankopplungsschema wie in Fig. V.7 benutzt.

V.3 Der Kern ^{189}Ir

Dieser Kern liegt im Bereich zwischen den stark deformierten Kernen der seltenen Erden und dem sphärischen Blei-Kern. Genauer gesagt liegt er zwischen den beiden g-g-Kernen ^{188}Os und ^{190}Pt . Bei diesen beiden Kernen wurde experimentell ein unterschiedliches Vorzeichen für das Quadrupolmoment Q_2 gefunden (60). Deshalb ist das Nuklid ^{189}Ir von besonderem Interesse. Dieser Kern besitzt eine besondere Art von Deformation, die bestimmt wird durch die Koexistenz von prolater und oblater Form. Es scheint, dass die Einteilchen-Konfigurationen in diesem Kern eine grosse Rolle spielen. Es gibt bereits mehrere Versuche, die Eigenschaften solcher Kerne zu beschreiben, wobei versucht wurde, ein einzelnes Proton an einen Vibrator oder Rotator anzukoppeln (61); dabei sind aber die Effekte der einzelnen Teilchen auf die statistischen kollektiven Eigenschaften dieser Kerne noch nicht klar. In unserem Modell sieht man, wenn man die variable Fermikante betrachtet, die Rolle der Einzelteilchen-Niveaus auf die Bandenstruktur.

Betrachten wir zunächst die g-g-Rümpfe. Die Potential-Energie-Fläche des ^{188}Os in Fig. V.9 zeigt ein flaches prolates Minimum, welches weit in die γ -Richtung hineinreicht (23). In den Spektren des ^{188}Os erscheint neben der γ - und der β -Bande noch eine zweite γ -Bande mit dem Bandenkopf 4^+ , die später für die $h_{9/2}$ -Rotationsbande des ^{189}Ir verantwortlich ist.

Fig. V.10 zeigt die Potential-Energie-Fläche (15) des ^{190}Pt , die ein tiefes Minimum auf der oblaten Achse hat. Die angeregten Banden liegen hier nicht so hoch über der Grundzustandsbande wie in ^{188}Os .

Nun kommen wir zum ^{189}Ir . Wieder bieten uns die Wellenfunktionen des ^{188}Os die Basis $|A-1\rangle$ und die von ^{190}Pt die Basis $|A+1\rangle$.

Die experimentellen Daten für diesen Kern stammen von den Rossendorf- (63) und Grenoble- (62) Gruppen. Diese Daten zeigen zwei Banden positiver Parität; die Grundzustandsbande mit Spin $3/2^+$ und die erste angeregte Bande mit Spin $1/2^+$.

In den Zuständen mit positiver Parität besitzt der Kern eine prolate Deformation; für die Beschreibung dieser Banden ist es günstig, wenn man ein Proton an den prolat deformierten Rumpf ^{188}Os ankoppeln lässt.

Die Zustände negativer Parität bilden die $9/2^-$ - und die $11/2^-$ -Bande. Dabei hat die $9/2^-$ -Bande ein normales Rotationspektrum (63), das nur schwach besetzt ist. Da sie keine für uns interessante Struktur besitzt, wurde sie im Rahmen dieser Arbeit nicht wieder betrachtet.

Die zweite Bande mit negativer Parität ($11/2^-$) zeigt ein komplexes Niveauspektrum; man sieht, dass der Mechanismus, der die Struktur dieser Bande bestimmt, nicht mehr einfach ist. Die Deformation dieser angeregten $11/2^-$ -Bande ist kleiner als die Deformation in der Grundzustandsbande (64,65). Das kann man erklären, wenn man das Fermi-Niveau dieses Kerns in

Fig. V.12 betrachtet. Das Fermi-Niveau für die Grundzustandsbande $3/2^+$ [402] und $1/2^+$ [400] steigt mit wachsendem β sehr schnell an; bei den entsprechenden negativen Werten für β (oblate Deformation) hat das $11/2^-$ -Niveau dagegen sehr niedrige Energie relativ zu den $3/2^+$ - und $1/2^+$ -Zuständen, weshalb der Zustand mit oblater Deformation energetisch günstiger ist. Ausserdem zeigt die Messung für die $11/2^-$ -Bande negative Q_2 -Werte. All dies ist konsistent mit einer Beschreibung, bei der man ein Proton-Loch an den oblaten ^{190}Pt -Rumpf ankoppelt.

In Fig. V.13 werden die Ergebnisse einer Rechnung für ein Proton im $3/2^+$ [402]-Zustand gezeigt, welches an einen ^{188}Os -Rumpf angekoppelt ist. Man sieht, dass die Theorie mit den experimentellen Daten gut übereinstimmt. In dieser Figur wird auch das Resultat einer Rechnung gezeigt, bei der ein konstantes Fermi-Niveau anstatt der variablen Fermikante angenommen wurde. Die Verbesserung, die man durch das variable Fermi-Niveau gewinnt, ist deutlich sichtbar.

Unsere Rechnung liefert auch sehr gut die experimentell bekannten Hochspinzustände bis $23/2^+$, die zu beschreiben in früheren Rechnungen unmöglich war.

Durch Einführen eines β -abhängigen Massenparameters B_2 kann man die Hochspinzustände sogar zur exakten Übereinstimmung mit den experimentellen Werten bringen (siehe Abschnitt V.4).

Für die zweite Bande positiver Parität wurde eine Rechnung ausgeführt, bei der ein Proton im $1/2^+$ [400]-Zustand an den ^{188}Os -Rumpf angekoppelt wurde. Das Ergebnis wird in Fig. V.14 gezeigt.

In Fig. V.15 wurde ein $11/2^-$ [505]-Loch mit negativem β an die Potential-Energie-Fläche des ^{190}Pt angekoppelt. Man sieht, dass das komplexe experimentelle Niveau-Spektrum dieser Bande durch die Theorie gut wiedergegeben wird. Die theoretische Rechnung sagt auch die Lage der Hochspinzustände bis Spin $27/2^-$ voraus.

In Fig. V.15 wird auch eine Rechnung wiedergegeben, bei der mit einer konstanten Fermikante gearbeitet wurde. Durch Vergleich sieht man, dass die zweite Gruppe der Zustände mit Spin $13/2^-$, $15/2^-$, ..., $23/2^-$ und die dritte Gruppe mit Spin $7/2^-$, $9/2^-$, $11/2^-$ durch unsere Rechnung sehr gut wiedergegeben werden.

Der Zustand mit dem experimentell unsicheren Spinwert $9/2^-$ oder $11/2^-$ erscheint in der Theorie als Zustand mit Spin $13/2^-$. Wir vermuten, dass die experimentelle Spinzunordnung zum dritten Zustand der dritten Gruppe ($11/2$) nicht richtig ist und dass die Unsicherheit in der Spinzunordnung zum Grundzustand der zweiten Gruppe auf diese Fehlzuordnung zurückzuführen ist. Von der Theorie her ordnen wir diesem letzten Zustand den Spin $13/2$ zu.

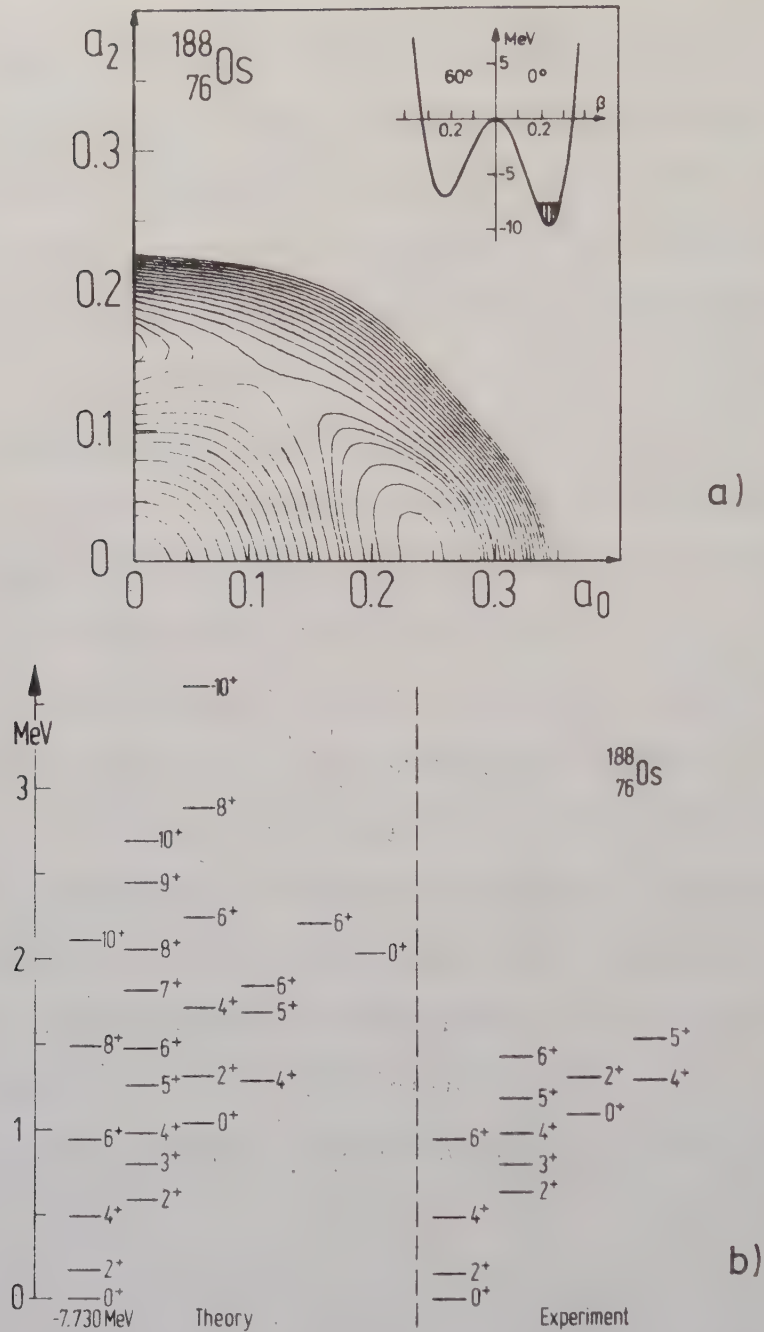


Fig. V.9

(a) Die Potential-Energie-Fläche des g-g-Cores $|A-1\rangle \equiv ^{188}\text{Os}$. Sie zeigt ein flaches prolates Minimum, das weit in die γ -Richtung reicht.

(b) Die experimentellen (60) und theoretischen (16) Spektren des Kerns ^{188}Os .

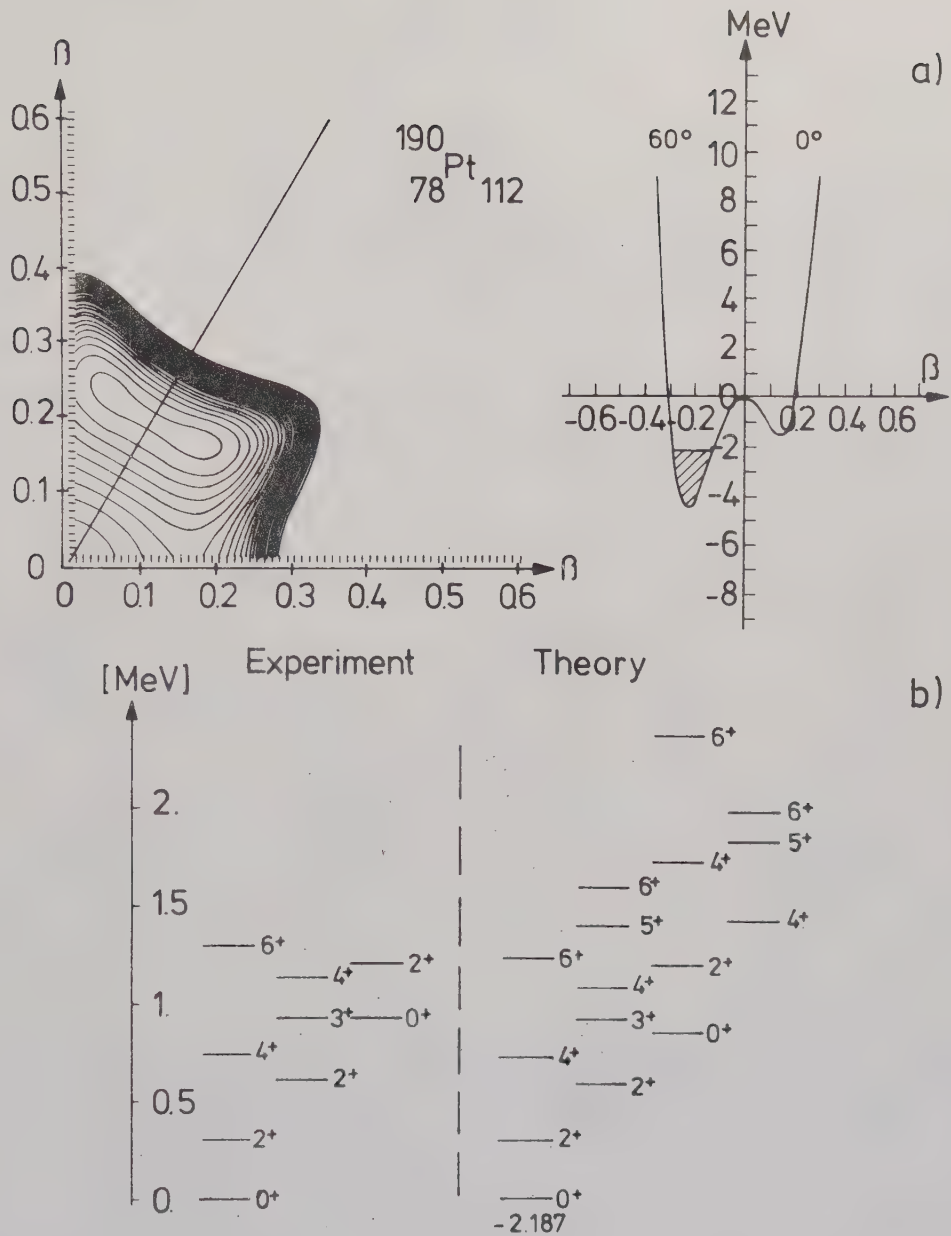


Fig. V.10

(a) Die Potential-Energie-Fläche des g-g-Rumpfes $|A+1\rangle \equiv ^{190}\text{Pt}$. Sie besitzt ein tiefes Minimum auf der oblaten Achse.

(b) Die experimentellen (67) und theoretischen (15) Spektren des Kerns ^{190}Pt .

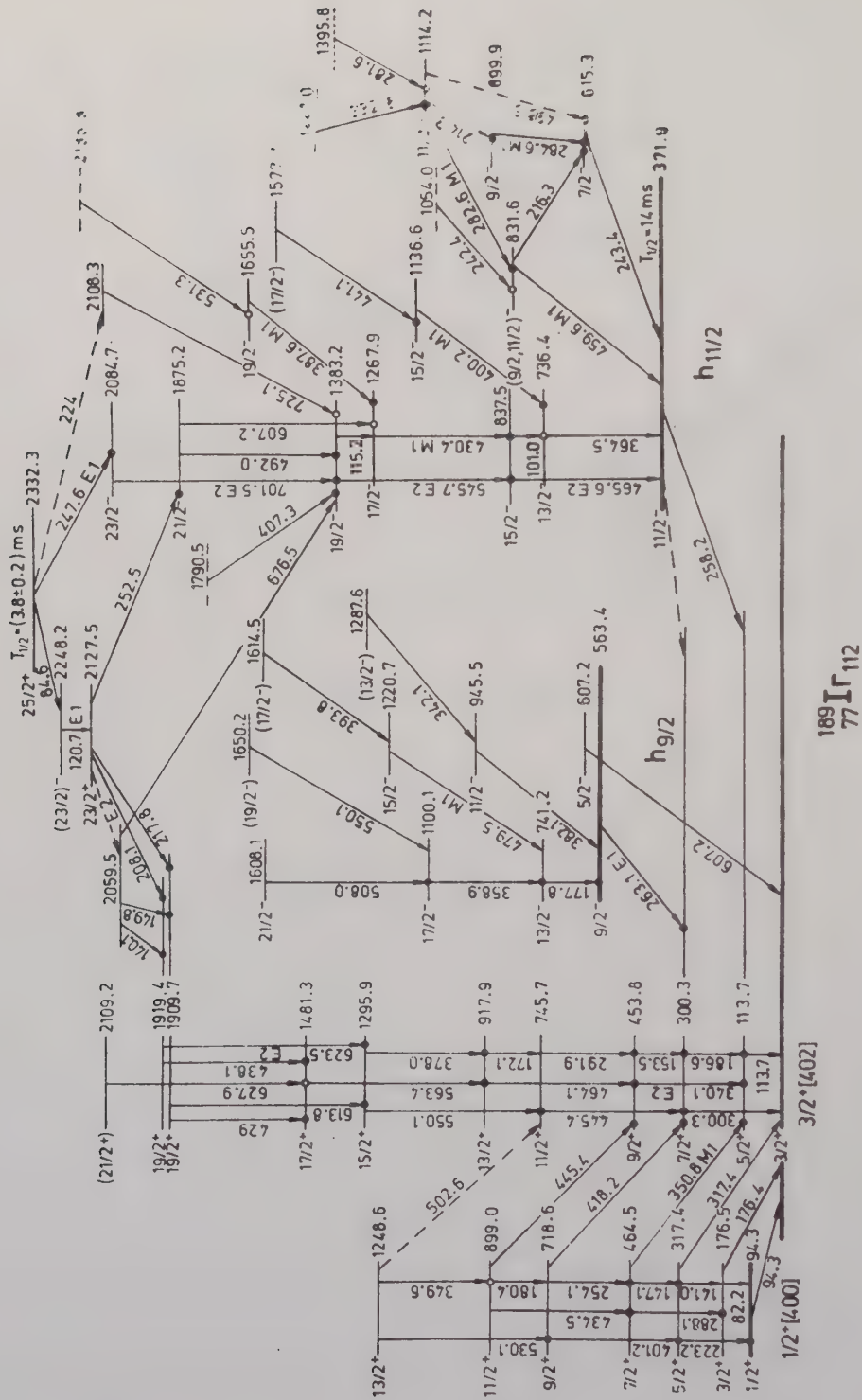


Fig. V.11

Die experimentellen Daten des ^{189}Ir Kerns. Das Bild zeigt die $3/2^+$, $7/2^+$ und $9/2^-$ und $11/2^-$ -Banden. Die Daten stammen aus Ref. (62,63).

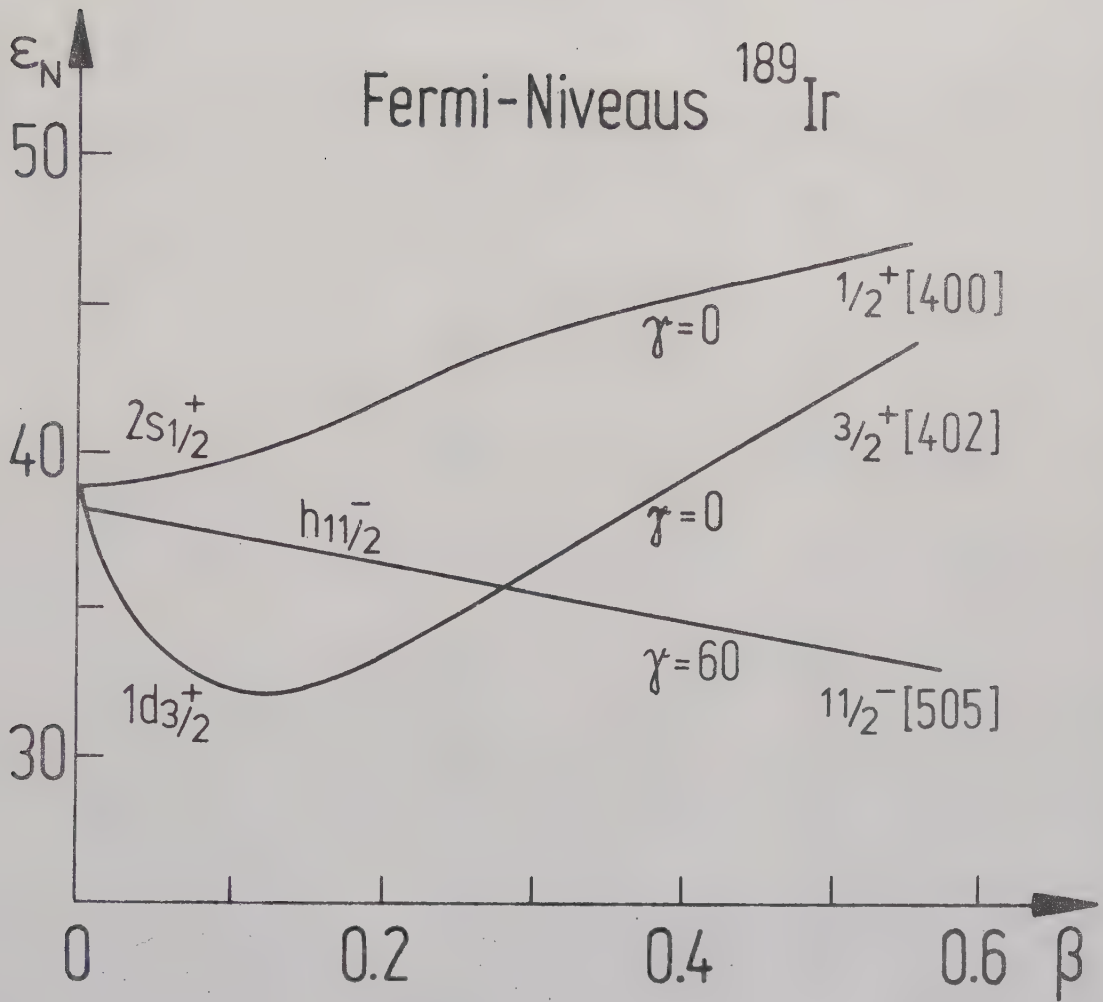


Fig. V.12

Einteilchen-Niveaus der verschiedenen Banden des Kerns ^{189}Ir in der Nähe der Fermikante als Funktion der Deformation β . Für die $1/2^+$ und $3/2^+$ -Zustände wurde $\gamma = 0$ genommen. Für den $11/2^-$ -Zustand ist $\gamma = 60^\circ$.

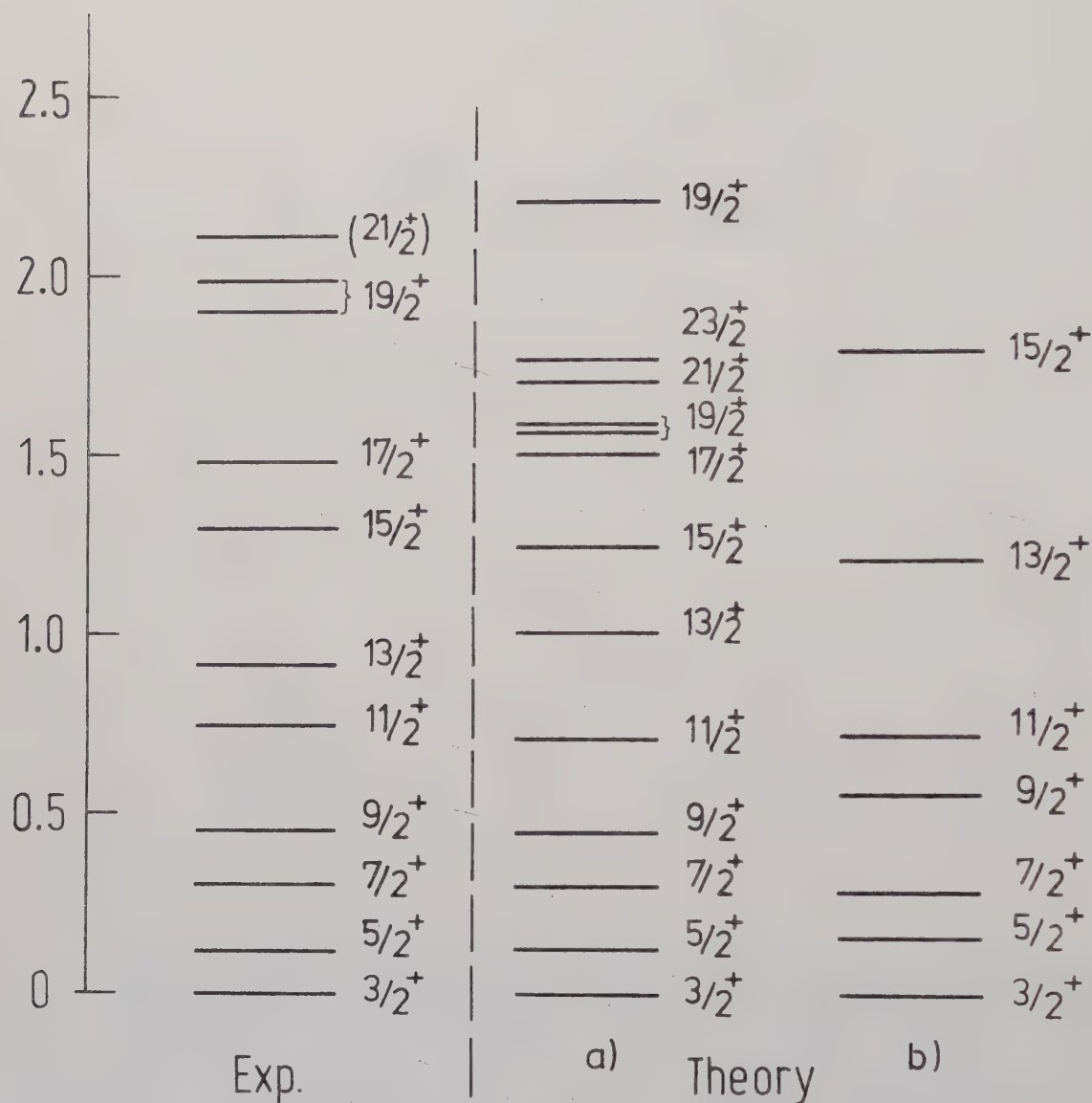


Fig. V.13

Die $3/2^+$ -Bande des Kerns ^{189}Ir . In der Rechnung wurde ein Proton an den Rumpf ^{188}Os angekoppelt:

- (a) Rechnung mit variabler Fermikante,
- (b) Rechnung mit konstanter Fermikante.

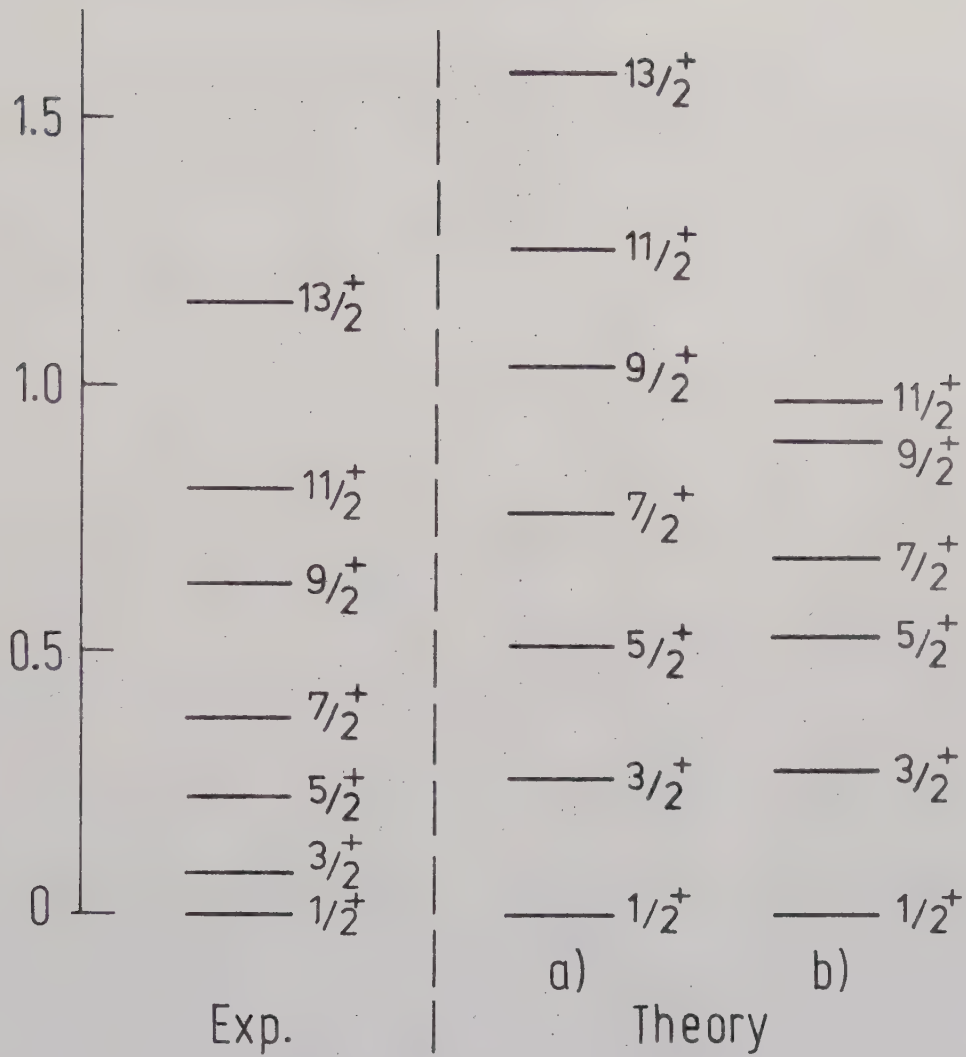


Fig. V.14

Die $1/2^+$ -Bande des Korns ^{189}Ir . Die Rechnung wurde analog zu Fig. V.13 durchgeführt.

- (a) Rechnung mit variabler Fermikante,
- (b) Rechnung mit konstanter Fermikante.

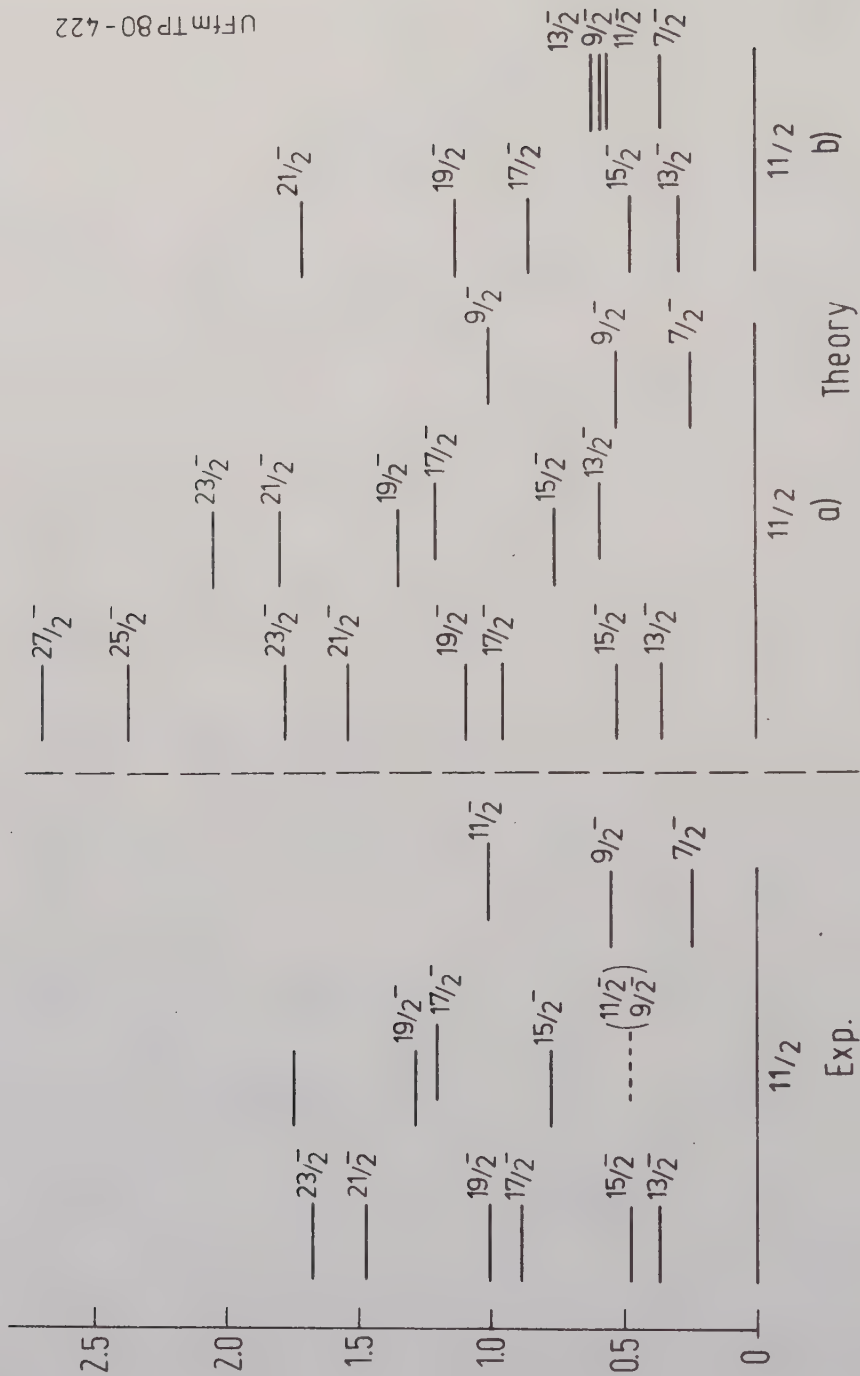


Fig. V.15

Die $11/2^-$ -Bande des Kerns ^{189}Ir . In der Rechnung wurde ein Proton-Loch an den Rumpf ^{190}Pt angekoppelt.

- (a) Rechnung mit variabler Fermikante,
- (b) Rechnung mit konstanter Fermikante.

V.4 Die Trägheitsmomente der u-g-Kerne

Im allgemeinen ist das Trägheitsmoment eines u-g-Kerns um etwa 20% grösser als das der benachbarten g-g-Kerne. Allerdings zeigen die Trägheitsmomente auch grosse Variationen, wie in Fig. V.16 (68) zu sehen ist.

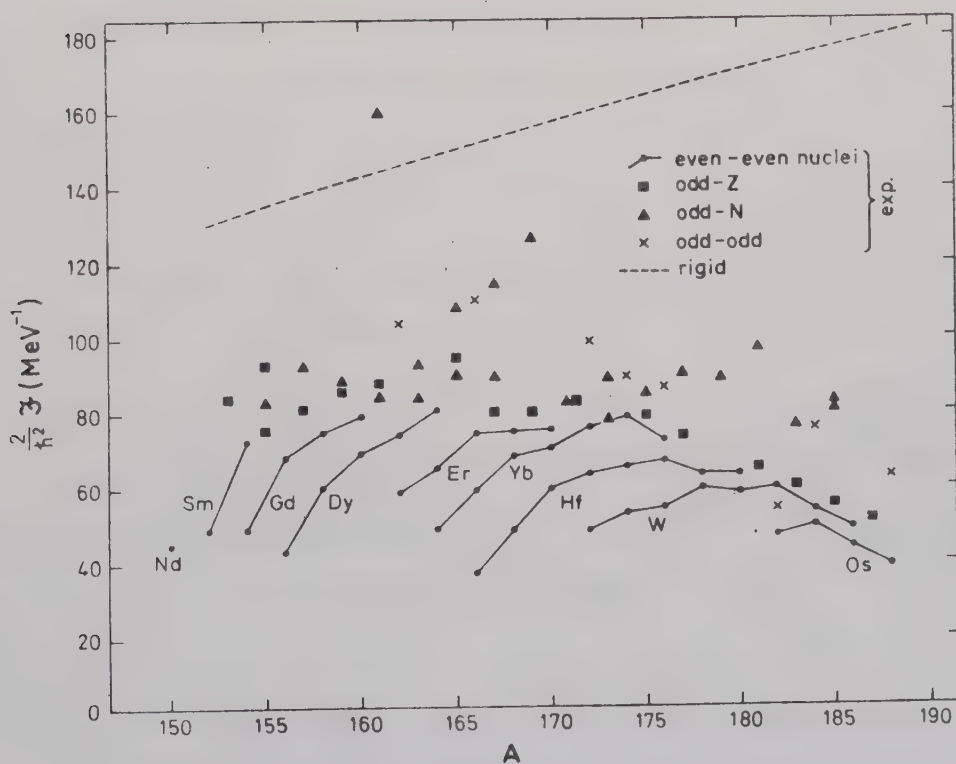
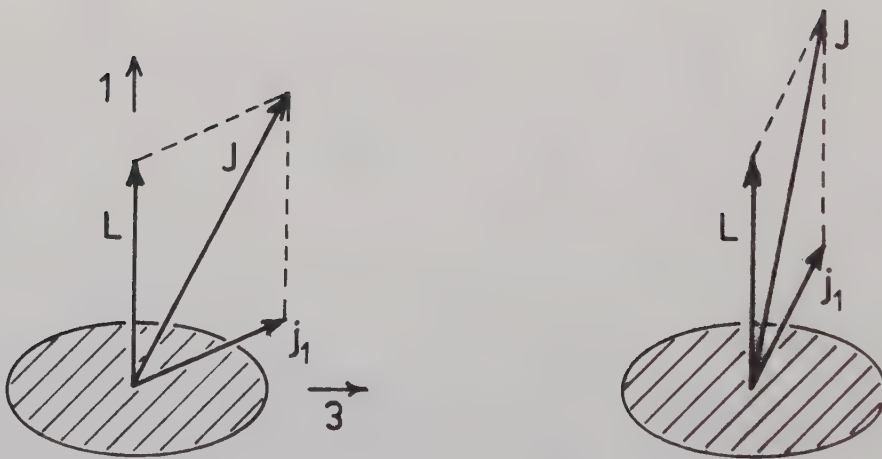


Fig. V.16

Das Trägheitsmoment $2I/h^2$ als Funktion der Nukleonenzahl A. Die Figur stammt aus Ref. (68).

Das kann man verstehen, wenn man den Einfluss des ungeraden Teilchens auf das Trägheitsmoment berücksichtigt. Dazu werden schematisch die beiden extremen Zustände mit dem grössten und kleinsten Trägheitsmoment in Fig. V.17 betrachtet.



(i) kleine Rotationsfrequenz (ii) Grosse Rotationsfrequenz

Fig. V.17

- (i) Es handelt sich um einen Kern mit langsamer Rotation, bei dem die Teilchen stark an die Kerndeformation gekoppelt sind.
- (ii) Bei diesem umgekehrten Extrem existieren grosse Coriolis-Kräfte. Der Teilchendrehimpuls ist sehr stark in Richtung des kollektiven Drehimpulses ausgerichtet. Dadurch verringert sich die Deformation, und es ändert sich die Kernform.

Hamamoto und Udagawa (69) weisen auf bestimmte Wirkungen des Einzelteilchens auf das Trägheitsmoment hin, insbesondere auf Änderungen der kollektiven Kernparameter durch den Einfluss der Einzelteilchen auf die Rotationen des deformierten Kernels.

Es ist auch klar, dass das Trägheitsmoment empfindlich gegenüber anderen Effekten ist, wie z.B. der Paar-Wechselwirkung. In Analogie mit dem kritischen Magnetfeld in Supraleitern wird in verschiedenen Arbeiten behauptet (70), dass die Kern-Supraleitung bei einem kritischen Drehimpuls J_K verschwindet. Dies wird damit begründet, dass die effektiven Paar-Kraft-Matrixelemente kleiner werden, wenn die Rotationsfrequenz ω anwächst.

Da sich die Trägheitsmomente von u-g-Kernen und g-g-Kernen unterscheiden, haben wir die Änderung des Trägheitsmoments als einen Parameter in unseren Rechnungen eingeführt. Dazu wählten wir das Verhältnis zwischen dem Trägheitsmoment des

u-g-Kerns zu dem des benachbarten g-g-Kerns derart, dass wir gute Übereinstimmung für die Feinstruktur der theoretischen Banden mit den experimentellen Daten erzielen. Um dies zu erreichen, haben wir den Effekt einer Variation des Trägheitsmoments als Funktion der Deformation und des Drehimpulses des Kerns auf die theoretischen Spektren studiert.

Das effektive Trägheitsmoment J_{eff} des g-g-Rumpfes wurde mit Hilfe des Rotations-Vibrations-Modells (13) berechnet, bei dem man eine direkte Abhängigkeit des Trägheitsmoments von dem Deformations-Parameter β annimmt. Dabei ergibt sich

$$J_{\text{eff}} = J_0 \left(1 + I(I+1) \frac{\Delta J}{J} \right)$$

wobei

$$\frac{\Delta J}{J} = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{E}}{E_\gamma - 2\mathcal{E}} + \frac{3}{2} \left(\frac{\mathcal{E}}{E_\beta} \right)^2$$

$\mathcal{E} = \hbar^2 / g_0$ wird mit Hilfe der experimentellen Daten des g-g-Rumpfes bestimmt. β_0 ist die Gleichgewichts-Deformation. E_γ ist die γ -Vibrationsenergie, d.h. die Energie des zweiten angeregten Zustands. E_β ist die β -Vibrationsenergie, d.h. die Energie des ersten angeregten 0^+ -Zustands.

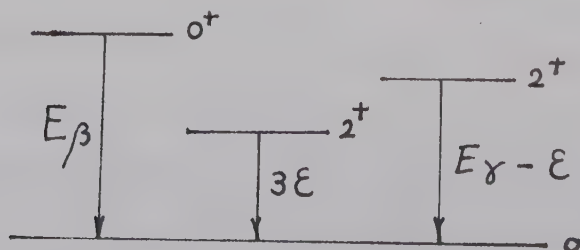


Fig. V.18 zeigt die Resultate der Berechnung von $1/J_{\text{eff}}$ für den g-g-Kern ^{190}Pt . In Fig. V.19 ist die $11/2^-$ -Bande in ^{189}Ir unter Benutzung dieses J_{eff} ausgerechnet worden. Wie man sieht, bringt das keine grosse Verbesserung für die Feinstruktur der Bande.

Die Abhängigkeit des Trägheitsmoments vom Drehimpuls des u-g-Kerns wurde für einen klassischen Rotator von Smith et al. (71) angegeben. Dort wird auch gezeigt, dass sich die Feinstruktur der entkoppelten Banden dadurch verbessern lässt. Die Idee in jener Arbeit war eine Minimierung der kinetischen Energie durch Variation des Trägheitsmoments für einen bestimmten Drehimpuls J (72).

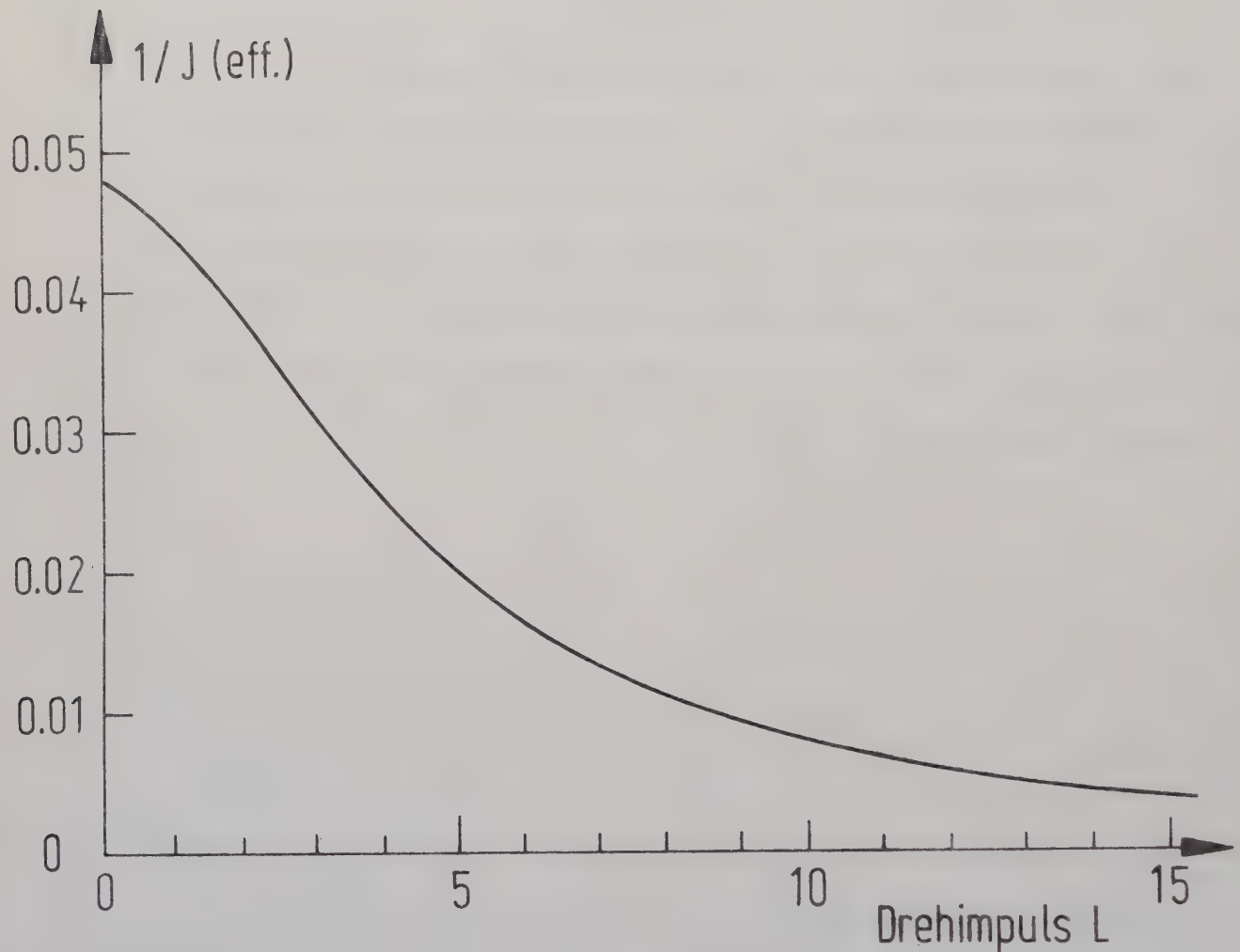


Fig. V.18

Die Variation von $1/J$, wobei J das Trägheitsmoment des g-g-Kerns ist, gegen den Drehimpuls des g-g-Rumpfes ^{190}Pt . Die Rechnung wurde mit Hilfe des Rotations-Vibrations-Modells durchgeführt.

Wir haben diese Idee übernommen, aber dabei den Effekt des ungeraden Teilchens folgendermassen in den B_2 -Parameter gesteckt

$$B_2 = B e^{-sJ/\omega^2} \quad (V.1)$$

Hier repräsentiert ω die Rotationsfrequenz, und J ist das Trägheitsmoment des u-g-Kerns, das vom Drehimpuls J auf eine weiter unten angegebene Weise abhängt (siehe Gl. (V.6)). s ist ein Parameter.

Dieser Ansatz (V.1) hat die erwünschten Eigenschaften, dass eine Vergrösserung des Trägheitsmoments die kinetische Energie des Kerns verringert und umgekehrt eine Vergrösserung der Rotationsfrequenz die kinetische Energie erhöht. Der exponentielle Faktor $\exp(-sJ/\omega^2)$ repräsentiert sowohl die Rückstellkräfte auf Grund der Streckung des Kerns infolge der Rotation, als auch die Kräfte, welche versuchen, die Nukleon-paare aufzubrechen.

Um eine Beziehung zwischen J und dem Drehimpuls I zu finden, benutzen wir hier ein Variationsprinzip, nach welchem die Rotationsenergie E_{rot} minimiert werden soll:

$$\frac{\delta E_{\text{rot}}}{\delta J} = 0, \text{ wobei } E_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2 I^2}{2J(B e^{-sJ/\omega^2})} \quad (V.2)$$

Entwicklung in eine Taylorreihe

$$e^{-sJ/\omega^2} = (1 - sJ/\omega^2 + \dots)$$

liefert

$$\begin{aligned} E_{\text{rot}} &= \frac{\hbar^2 I^2}{2JB} (1 + sJ^3/I^2 + \dots) \\ &= \frac{\hbar^2 I^2}{2JB} + \frac{\hbar^2 s J^2}{2B} + \dots \end{aligned} \quad (\text{V.3})$$

$$\frac{\delta E_{\text{rot}}}{\delta J} = 0 = - \frac{\hbar^2 I^2}{2B J^2} + \frac{\hbar^2 s J}{B} + \dots$$

Daraus erhalten wir in niedrigster Ordnung

$$J^3 = (1/2s) I^2 \quad (\text{V.4})$$

und die gesamte kinetische Energie ergibt sich zu:

$$E = B_2 \left\{ [\dot{a} \times \dot{a}]_0^2 + \frac{\hbar^2 I^2}{2B_2 \{ (1/2s) I^2 \}^{1/3}} \right\} \quad (\text{V.5})$$

Benutzen wir für den u-g-Kern noch die identische Umformung

$$I^2 \equiv J(J+1) + J_1(J_1+1) - 2K^2 + \delta_{K, \frac{1}{2}} a^{J+\frac{1}{2}}(-)^{J+\frac{1}{2}} (J+\frac{1}{2}) \quad ,$$

dann bekommen wir folgende Relation zwischen dem Trägheitsmoment und dem Drehimpuls J des Kerns:

$$J = \left\{ (1/2s) \left[J(J+1) + J_1(J_1+1) - 2K^2 + \delta_{K,1/2} a \left(- \right)^{J+\frac{1}{2}}_{(J+\frac{1}{2})} \right] \right\}^{1/3} \quad (V.6)$$

Diese Beziehung wird in Fig. V.19 dargestellt. Für den Parameter s wählten wir $s \approx 0.005$; a ist der sogenannte Entkoppelungsparameter und hat einen Wert von ungefähr 1. In Fig. V.20b wird die $11/2^-$ -Bande in Abhängigkeit von einem mit J variierten Trägheitsmoment gezeigt.

In Fig. V.21 werden schliesslich die Energieniveaus für verschiedene Drehimpulse gezeigt, wobei beide Korrekturen, diejenige aus dem rot-vib-Term und jene nach Gl. (V.6), berücksichtigt wurden.

Zusammenfassend kann man sagen, dass das Trägheitsmoment des u-g-Kerns ungefähr 20-50% grösser als das des entsprechenden g-g-Kerns ist. Die Verbesserung der Feinstruktur der theoretischen Banden durch Berücksichtigung der Drehimpulsabhängigkeit des Trägheitsmoments deutet daraufhin, dass auch dieser Effekt eine wichtige physikalische Bedeutung hat.

Es ist auch möglich, diese Abhängigkeit des Trägheitsmoments vom Drehimpuls aus einen Einzelteilchen-Hamiltonoperator abzuleiten, der vom Teilchen-Drehimpuls abhängt (73). Diese Methode ist kompliziert und lohnt sich erst, falls $J \approx 60-80$, d.h. in der Nähe der Spaltbarriere.

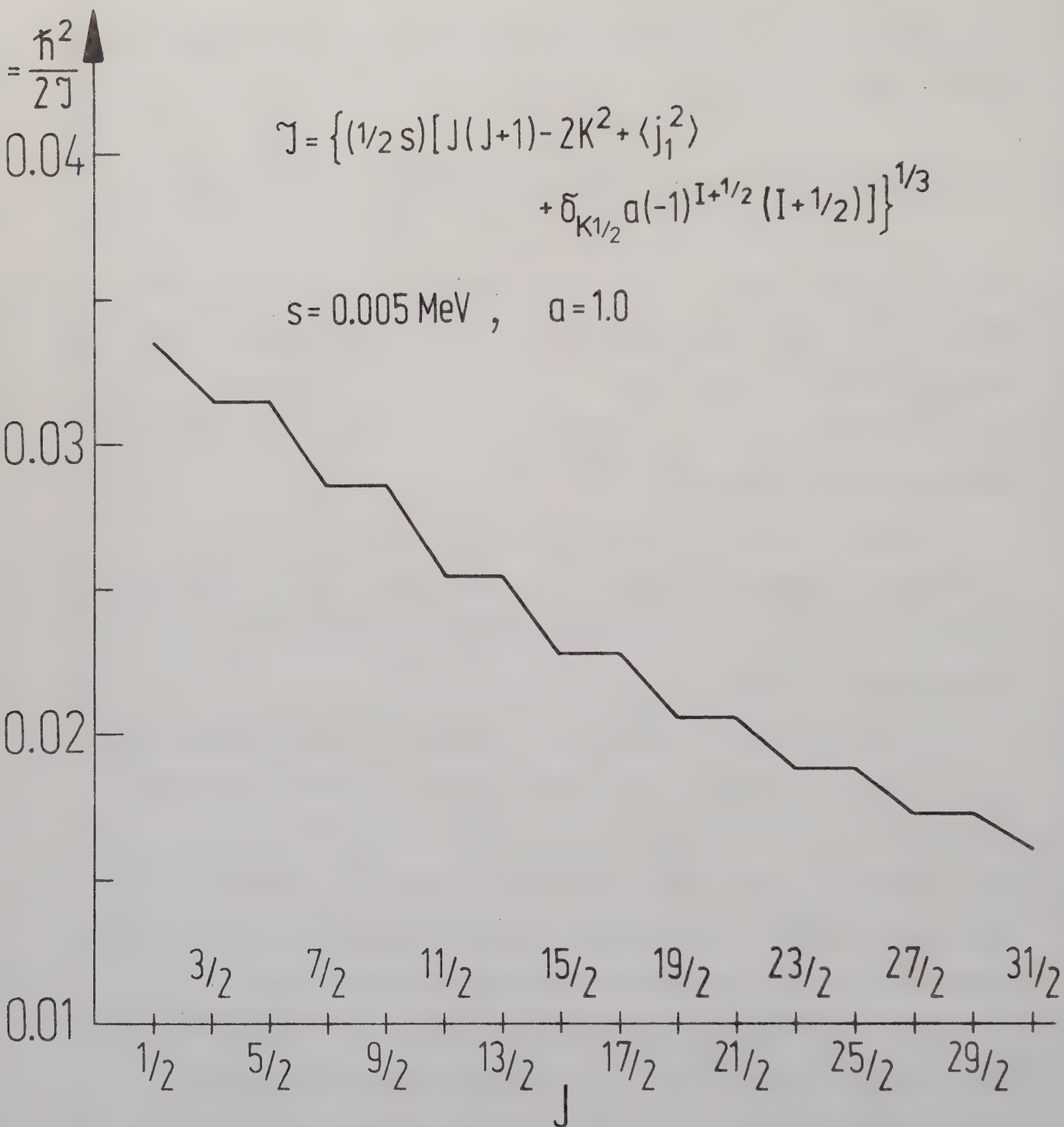


Fig. V.19

Der Trägheitsparameter $\hbar^2/2J$ für ^{189}Ir als Funktion des Spins des u-g-Kerns.

Die Rechnung ist nach Gleichung (V.6) ausgeführt worden.

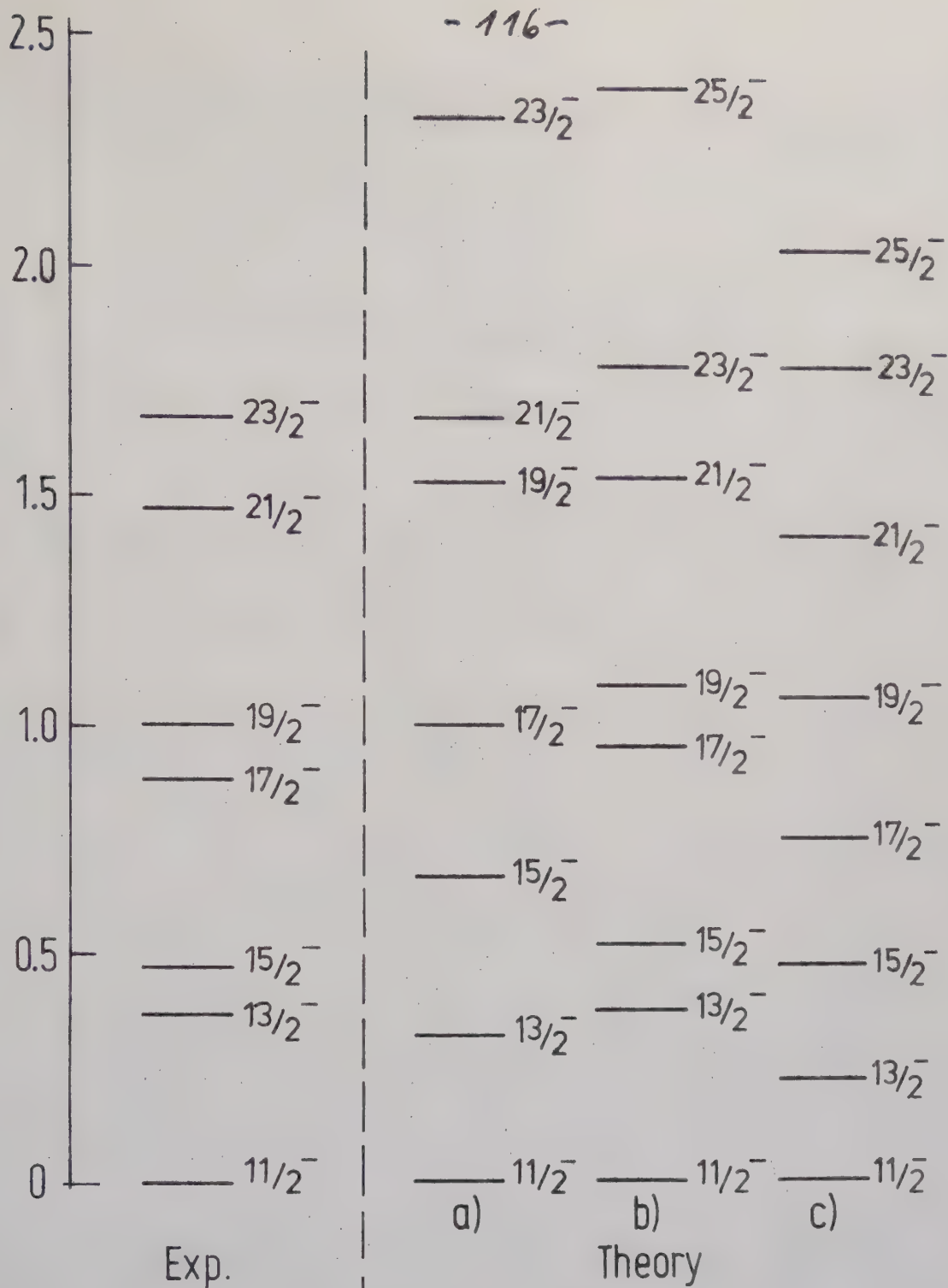


Fig. V.20

Die $11/2^-$ -Bande des Kerns ^{189}Ir . In der Rechnung wurde ein Proton-Loch an den Rumpf ^{190}Pt gekoppelt.

- (a) Rechnung mit konstantem Trägheitsmoment,
- (b) Rechnung mit einem variablen Trägheitsmoment, das vom Drehimpuls des u-g-Kerns abhängt.
- (c) Rechnung mit einem variablen Trägheitsmoment, das vom Drehimpuls des g-g-Rumpfes nach dem Rot-Vib-Modell (13) abhängt.

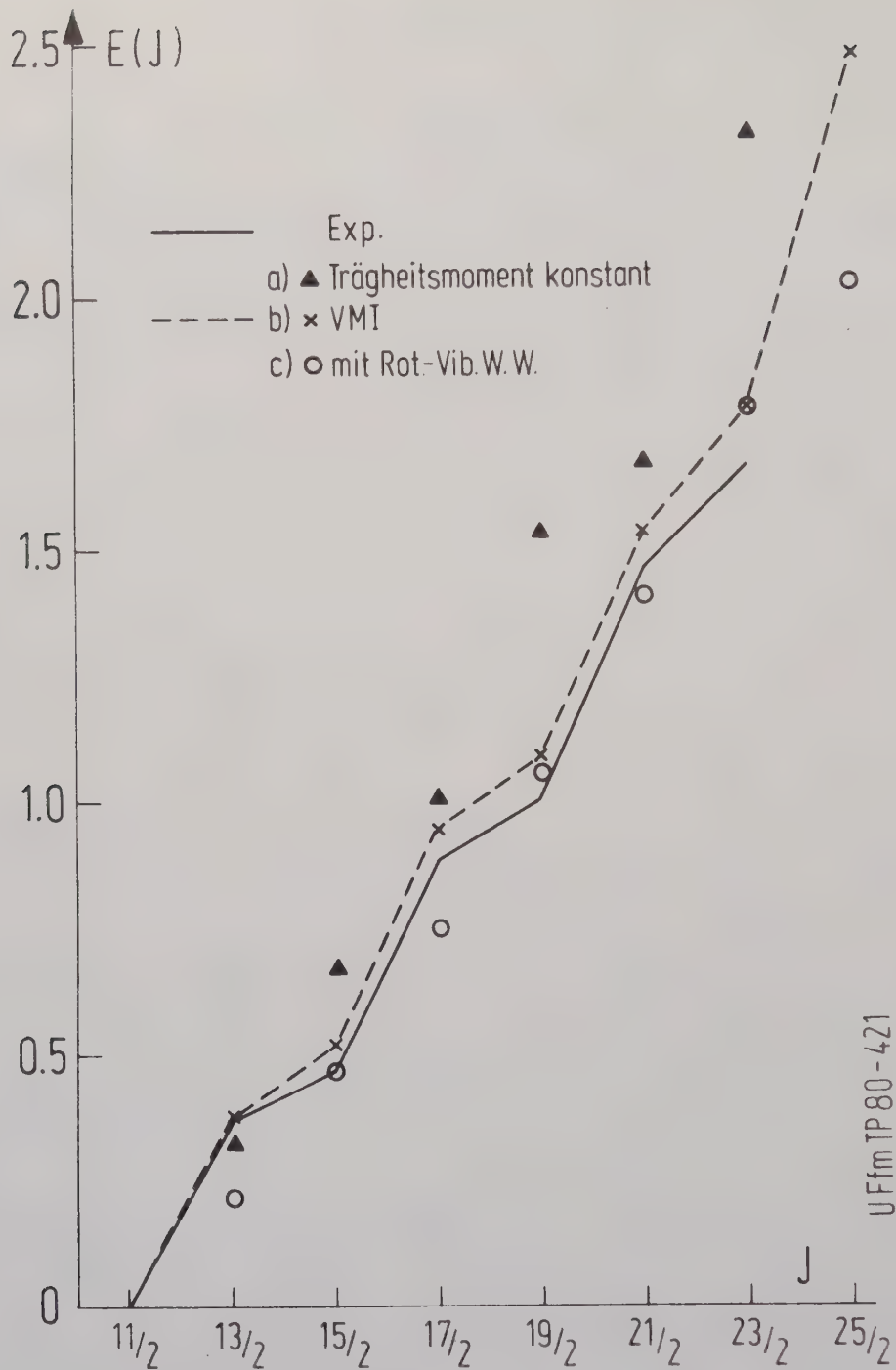


Fig. V.21

Hier vergleichen wir die verschiedenen Rechnungen mit dem experimentellen Spektrum für ^{189}Ir .

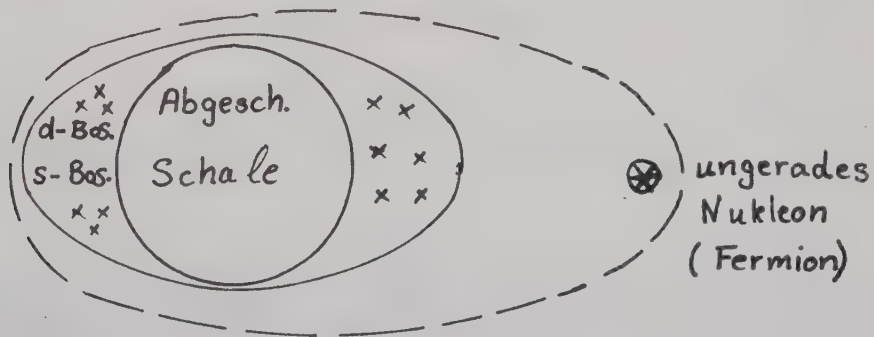
- (a) Rechnung mit konstantem Trägheitsmoment,
- (b) Rechnung mit variablem Trägheitsmoment gegen den Spin des u-g-Kerns (siehe Fig. V.20b),
- (c) Rechnung mit variablem Trägheitsmoment gegen den Drehimpuls des g-g-Kerns (siehe Fig. V.20c).

Kapitel VI

Vergleich zwischen dem IBFM und dem allgemeinen u-g-Kern-Modell

Einführung in das IBFM

Das IBFM (75) teilt den ungeraden Kern in einen geraden-geraden Rumpf und ein ungerades Nukleon auf. Dieser Rumpf ist noch einmal unterteilt in eine abgeschlossene Schale und die restlichen Nukleonen. Letztere sind paarweise zum Spin Null (s - Bosonen) oder zum Spin 2 (d-Bosonen) gekoppelt.



Interacting Boson Fermion Model (IBFM) bedeutet, dass das letzte Nukleon, ein Fermion (F), eine Wechselwirkung mit den Bosonen (B) ausserhalb der abgeschlossenen Schale hat.

Die Gesamtzahl der wechselwirkenden Nukleonen ist $= n_d + n_s + 1$, wobei n_d = d - Bosonen-Zahl, n_s = s - Bosonen-Zahl. Der Hamiltonoperator des IBF-Modells setzt sich zusammen aus den Anteilen

$$H = H_B + H_F + V_{BF} \quad (VI.1)$$

wobei

H_B der Bosonen-Hamiltonoperator und

H_F der Fermionenteil ist.

V_{BF} repräsentiert die Wechselwirkung der Bosonen und der Fermionen.

Der Bosonen-Hamiltonoperator H_B (76) lautet:

$$\begin{aligned} H_B = & \epsilon_s [s^+ \times s]_0^0 + \epsilon_d [d^+ \times d]_0^0 \\ & + \sum_{L=0,2,4} \frac{1}{2} (2L+1)^{1/2} C_L \left\{ [d^+ \times d]^{+(L)} \times [d \times d]^{(L)} \right\}^0 \\ & + \tilde{U}_2 \left\{ [d^+ \times d]^{+(2)} \times [d \times s]^{(2)} + [s^+ \times d]^{+(2)} \times [d \times d]^{(2)} \right\}^0 \\ & + \frac{1}{2} \tilde{U}_0 \left\{ [d^+ \times d]_0^0 \times [s \times s]_0^0 + [s^+ \times s^+]_0^0 \times [d \times d]_0^0 \right\}^0 \\ & + \tilde{U}_2 \left\{ [d^+ \times s^+]^{(2)} \times [d \times s]^{(2)} \right\}^0 \\ & + \frac{1}{2} \tilde{U}_0 \left\{ [s^+ \times s^+]_0^0 \times [s \times s]_0^0 \right\}^0 \end{aligned} \quad (VI.2)$$

wobei d^+ (d) Erzeugungs- (Vernichtungs-) Operatoren für d -Bosonen sind. Ähnliches gilt für die Erzeugungs- (Vernichtungs-) Operatoren s^+ (s) der s -Bosonen.

Die C_L , $\tilde{V}_L$, $\tilde{U}_L$ sind Matrixelemente des Wechselwirkungspotentials zwischen den Nukleonenpaaren, aber sie werden als Parameter des Modells (76) angenommen.

Der Quadrupoloperator in diesem Modell ist wie folgt definiert:

$$Q_B = Q_m^{[2]} = \left\{ \alpha_2 [d^+ \times s + s^+ \times d]_m^2 + \beta_2 [d^+ \times d]_m^2 \right\} \quad (\text{VI.3})$$

Dabei sind α_2 und β_2 Parameter.

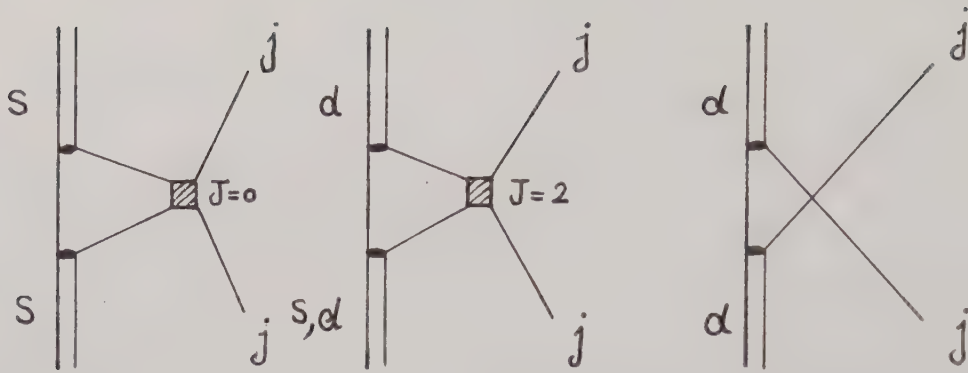
Die Parameter des Hamiltonoperators H_B werden so bestimmt, dass seine Eigenwerte den g - g -Nachbarkern beschreiben können.

Der Fermion-Hamiltonoperator ist gegeben durch

$$H_F = \sum_{jm} \epsilon_j (a_j^+ a_j) \quad (\text{VI.4})$$

Die Wechselwirkung der Bosonen und Fermionen wird aus drei Termen konstruiert:

- (i) Monopol-Wechselwirkung
- (ii) Quadrupol-Wechselwirkung
- (iii) Austausch-Wechselwirkung



$$V_{BF} = (i) \quad + \quad (ii) \quad + \quad (iii)$$

$$V_{BF} = A \left\{ [s^+ \times s]^0 \times [a_j^+ \times a_j]^0 \right\}$$

$$+ \Gamma \left\{ [[d^+ \times s + s^+ \times d]^{[2]} \times [d^+ \times d]^{[2]}] \times [a_j^+ \times a_j]^{[2]} \right\}^{[0]} \quad (VI.5)$$

$$- \Lambda \left\{ [d \times a_j^+]^{[1]} \times [d^+ \times a_j]^{[1]} \right\}^{[0]}$$

wobei A , Γ und Λ Parameter für die Stärke der Monopol-, Quadrupol- und Austausch-Terme sind. In Ref. (75) haben die Autoren ein einziges j für das Teilchen angenommen, dabei wurde die Teilchen-Niveaureuzung nicht berücksichtigt. Mit diesem V_{BF} versuchen die Autoren ein Analogon zum Nilsson-Modell zu erreichen. Allerdings ist die Rolle des Terms $\sim A$

dabei unklar.

Unser Modell hat den Hamiltonoperator

$$H = H_C + H_T = H_C + H_{\text{sphärisch}} + H_{W.W} \quad (\text{VI.6})$$

H_C ist der kollektive Hamiltonoperator, dessen Eigenwerte den g-g-Nachbarkern beschreiben. H_C ist eine Funktion in β^0 und $\cos 3\gamma$ und hat eine unbeschränkte Zahl von Bosonen.

Moshinsky (77,78) hat bewiesen, dass der Term H_B des IBM eine Funktion von n_d , β^2 und $\beta^3 \cos 3\gamma$ ist und somit einen speziellen Term im allgemeinen kollektiven Modell (16) darstellt.

Im Frankfurter Modell wird der Fermionenteil H_F durch einen sphärischen harmonischen Oszillator $H_{\text{sphärisch}}$ mit ℓ^2 - und $\ell.S$ -Wechselwirkung beschrieben. Die Parameter in $H_{\text{sphärisch}}$ wurden schon vor langer Zeit bestimmt (25).

Im Frankfurter Modell entspricht dem V_{BF} der Term

$$\begin{aligned} H_{W.W} = & - \hbar \omega_0 r^2 \sqrt{5} \left[\alpha^{[2]} \times \gamma^{[2]} \right]^0 \\ & + \frac{15}{2} \hbar \omega_0 r^2 \left[\sum_{\tilde{m}} \left[\alpha^{[2]} \times \gamma^{[2]} \right]_{[\tilde{m}]}^{[\tilde{1}]} \left[\alpha^{[2]} \times \gamma^{[2]} \right]_{[\tilde{m}]}^{[\tilde{1}]} \right]_0^{(VI.7)} \\ & + \frac{\sqrt{5}}{4\pi} \hbar \omega_0 r^2 \left[\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]} \right]^0 \end{aligned}$$

d.h. wir benutzen gerade das Nilsson-Modell und brauchen deshalb keine Parameter mehr zu bestimmen. Wir wollen nun zeigen, dass

V_{BF} in unserem H_{WW} bereits enthalten ist, aber H_{WW} auch noch andere Terme enthält, die im IBFM nicht auftreten.

Der Quadrupoloperator im Frankfurter Modell lautet:

$$Q_B = Q_{2\mu} = \text{Konst.} \alpha_{2\mu} \quad (\text{VI.8})$$

$$Q_F = \text{Konst.} \cdot r^2 Y_{2\mu}$$

für das ungerade Nukleon (VI.9)

Ein Monopolanteil ist in H_{WW} nicht enthalten. Da er aber an der Struktur des u-g-Kerns überhaupt nichts ändert, wurde er auch in Ref. (75) Null gesetzt.

Der erste Term $r^2 [\alpha \times Y]$ in H_{WW} entspricht genau dem Quadrupolterm $[Q_B \times Q_F]$ in V_{BF} , wie man aus (VI.7), (VI.8) und (VI.9) sieht.

Der zweite Term $r^2 \left[[\alpha \times Y]^j \times [\alpha \times Y]^j \right]_0$ kann mit Hilfe von

$$\alpha_{2m} = \frac{1}{\sqrt{2}} (d_m^+ + d_m) \quad (\text{VI.10})$$

umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{\hat{j} \hat{m}} r^2 \left[[\alpha \times \gamma]_{-\hat{m}}^{\hat{j}} \times [\alpha \times \gamma]_{\hat{m}}^{\hat{j}} \right]_0^0 \\
 &= r^2 \sum_{\hat{j} \hat{m}} \left[[d^+ \times \gamma + d \times \gamma]_{-\hat{m}}^{\hat{j}} \times [d^+ \times \gamma + d \times \gamma]_{\hat{m}}^{\hat{j}} \right]_0^0 \\
 &= r^2 \sum_{\hat{j} \hat{m}} \left[[d^+ \times \gamma]_{-\hat{m}}^{\hat{j}} \times [d^+ \times \gamma]_{\hat{m}}^{\hat{j}} \right]_0^0 \\
 &\quad \left[[d^+ \times \gamma]_{-\hat{m}}^{\hat{j}} \times [d \times \gamma]_{\hat{m}}^{\hat{j}} \right]_0^0 \\
 &\quad \left[[d \times \gamma]_{-\hat{m}}^{\hat{j}} \times [d^+ \times \gamma]_{\hat{m}}^{\hat{j}} \right]_0^0 \\
 &\quad \left[[d \times \gamma]_{-\hat{m}}^{\hat{j}} \times [d \times \gamma]_{\hat{m}}^{\hat{j}} \right]_0^0
 \end{aligned} \tag{VI.11}$$

Der zweite und dritte Term in (VI.11) sind gleich, weil

$$\begin{array}{ccc} \hat{j} & \hat{j} & 0 \\ \hat{m} & -\hat{m} & 0 \end{array} = \begin{array}{ccc} \hat{j} & \hat{j} & 0 \\ -\hat{m} & \hat{m} & 0 \end{array}$$

ist. Der erste Term in (VI.11) ergibt

$$\begin{aligned}
 & \left[[d^+ \times \gamma]_{-\hat{m}}^{\hat{j}} \times [d^+ \times \gamma]_{\hat{m}}^{\hat{j}} \right]_0^0 \\
 &= \begin{array}{ccc} \hat{j} & \hat{j} & 0 \\ -\hat{m} & \hat{m} & 0 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} 2 & 2 & \hat{j} \\ -\mu_1 & \mu_2 & -\hat{m} \end{array} \begin{array}{ccc} 2 & 2 & \hat{j} \\ -\hat{\mu}_1 & \hat{\mu}_2 & \hat{m} \end{array} (-1)^{\mu_1} (-1)^{\hat{\mu}_1} \right. \\
 &\quad \left. d_{\mu_1} \gamma_{\mu_2} d_{\hat{\mu}_1} \gamma_{\hat{\mu}_2} \right\}
 \end{aligned} \tag{VI.12}$$

Der vierte Term in (VI.11) ergibt

$$\begin{aligned}
 & \left[\left[\alpha \times \gamma \right]_{\vec{m}}^{\vec{j}} \left[\alpha \times \gamma \right]_{-\vec{m}}^{\vec{j}} \right]_0^{\circ} \\
 &= \sum_{\vec{m}}^{\vec{j} \quad \vec{j} \quad 0} \left\{ \sum_{\mu_1 \mu_2 \vec{m}}^{2 \quad 2 \quad \vec{j}} \sum_{\mu'_1 \mu'_2 -\vec{m}}^{2 \quad 2 \quad \vec{j}} \right. \\
 & \quad \left. \cdot d_{\mu_1 \mu_2} \gamma_{\mu_2} d_{\mu'_1 \mu'_2} \gamma_{\mu'_2} \right\} \quad (\text{VI.13}) \\
 &= \sum_{\vec{m} \quad -\vec{m} \quad 0}^{\vec{j} \quad \vec{j} \quad 0} \left\{ \sum_{-\mu_1 \mu_2 -\vec{m}}^{2 \quad 2 \quad \vec{j}} (-1)^{\mu_1} \sum_{-\mu'_1 \mu'_2 -\vec{m}}^{2 \quad 2 \quad \vec{j}} (-1)^{\mu'_1} \right. \\
 & \quad \left. \cdot (2\vec{j}+1)/5 \cdot d_{\mu_1 \mu_2} \gamma_{\mu_2} d_{\mu'_1 \mu'_2} \gamma_{\mu'_2} \right\}
 \end{aligned}$$

(VI.13) ist identisch mit dem Term in Gl. (VI.12), d.h.:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{\vec{j} \vec{m}} r^2 \left[\left[\alpha \times \gamma \right]_{-\vec{m}}^{\vec{j}} \left[\alpha \times \gamma \right]_{\vec{m}}^{\vec{j}} \right]_0^{\circ} \\
 &= r^2 \sum_{\vec{j} \vec{m}} \left(1 + \frac{(2\vec{j}+1)}{5} \right) \left[\left[\alpha^+ \times \gamma \right]_{-\vec{m}}^{\vec{j}} \left[\alpha^+ \times \gamma \right]_{\vec{m}}^{\vec{j}} \right]_0^{\circ} \quad (\text{VI.14}) \\
 & \quad + 2 \left[\left[\alpha^+ \times \gamma \right]_{-\vec{m}}^{\vec{j}} \left[\alpha \times \gamma \right]_{\vec{m}}^{\vec{j}} \right]_0^{\circ}
 \end{aligned}$$

Auf der anderen Seite kann man den Austauschterm V_{BF} mit Hilfe von Gl. (VI.8) und (VI.9) wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} & \left[[d \times a_j^+]^j \times [d^+ \times a_j]^j \right]_0^0 \\ &= \frac{r^4}{\text{Konst}} \left[[d \times \gamma^+]^j \times [d^+ \times \gamma]^j \right]_0^0 \end{aligned} \quad (\text{VI.15})$$

Der Vergleich von (VI.15) mit (VI.14) zeigt, dass (VI.15) gerade dem zweiten Term in (VI.14) entspricht, wobei aber in H_{WW} im Gegensatz zu (VI.15) über j summiert wird. Der erste Term in (VI.14) taucht also in H_{WW} zusätzlich auf gegenüber dem IBFM.

Im folgenden wollen wir noch einige weitere Züge der beiden Modelle erläutern:

- (1) Die Hamiltonoperatoren des IBFM und des Frankfurter Modells wirken in demselben Hilbertraum. H_B ist eine Funktion in $n_d, \beta^2, \beta^3 \cos 3\gamma$, d.h. der Bosonen-Hamiltonoperator kann in den kollektiven Hamiltonoperator H_C umgeschrieben werden (16). Wir haben in diesem Kapitel bereits genauer gezeigt, dass unser H_{WW} die Wechselwirkung des IBFM V_{BF} enthält.
- (2) Das IBFM kann mit mikroskopischen Argumenten begründet werden, im Gegensatz zum Frankfurter Modell, welches rein kollektiver Art ist. Aber das IBFM beschränkt die mikroskopische Rechnung nur auf s-Bosonen und d-Bosonen, die nicht ausreichen, um alle Wechselwirkungen zu beschreiben.

Zudem lassen sich die Parameter des IBFM: A, Γ, Δ nicht mikroskopisch berechnen, und man benutzt zu ihrer Bestimmung das Nilsson-Schema als Leitlinie. Wir dagegen haben das Nilsson-Schema mit seinem anschaulichen physikalischen Bild von vornherein benutzt. Dadurch können wir, ohne Parameter anzupassen, die Niveaukreuzungen mitberücksichtigen, was im IBFM bisher noch nicht gelungen ist (75).

- (3) Das IBM (76) hat eine konstante maximale Phononenzahl N ; damit kann maximal ein Drehimpuls von $2N$ erzeugt werden (d -Bosonen haben $n_d \leq N$). Dadurch wird beim u - g -Kern der Drehimpuls von der Theorie nach oben beschränkt. Dieses Problem umgehen die Vertreter des IBFM durch Einführung von Bosonen höheren Spins (f -Bosonen), wodurch das Modell komplizierter wird. In unserem Modell können wir kollektive Hochspinzustände des g - g -Rumpfes mitnehmen. Dadurch ist es möglich, mit diesem Modell auch die Hochspinzustände des u - g -Kerns zu beschreiben. Dabei ist der Spin nicht nach oben beschränkt, ohne dass wir zu Vibrationen höherer Multipolarität Zuflucht nehmen müssten.
- (4) Im IBFM wurde ein einziger Rumpf für den u - g -Kern benutzt, und damit ist man nicht sicher, ob die gewählte Fermi-See für die jeweils zu beschreibende Bande des u - g -Spektrums geeignet ist (wie wir in Kapitel II diskutiert haben).

Abschliessend möchten wir noch einmal betonen, dass das IBFM keine neue Beschreibung der u-g-Kerne darstellt, sondern im Prinzip schon in dem Modell von Schneider (17) enthalten ist und natürlich erst recht in der hier vorgestellten Verallgemeinerung dieses Modells.

Kapitel VII

Zusammenfassung und Ausblick

Mit Hilfe unseres Modells ist eine komplette Beschreibung aller u-g-Kern-Spektren möglich geworden, und zwar sowohl der Niederenergie- wie auch der Hochenergiespektren.

In diesem Modell wird ein verallgemeinerter kollektiver und Einteilchen-Hamiltonoperator für den u-g-Kern benutzt. Dabei haben wir für die kollektive potentielle Energie des g-g-Rumpfes ein unbeschränktes Polynom in β und $\cos 3\gamma$ angenommen, wodurch alle Grenzfälle der kollektiven Bewegung darin enthalten sind. Der Einteilchen-Hamiltonoperator erlaubt uns, eine variable Fermikante mit Berücksichtigung der Niveaufkreuzungen in unsere Rechnung einzuführen. Durch Vergleich der Ergebnisse (Kapitel V), die ohne und mit Niveaufkreuzung gewonnen wurden, erkennt man, wie wichtig es ist, β - und γ -abhängige Teilchen-Niveaus mit ihren Niveaufkreuzungen zu benutzen, um die berechneten Spektren der u-g-Kerne mit den experimentellen Daten in Übereinstimmung zu bringen.

Wir haben eine analytische Basis in β, γ für den u-g-Kern benutzt, die aus den neuen Teilchen-Wellenfunktionen (Kapitel III) und den Eigenfunktionen des 5-dimensionalen harmonischen Oszillators (Kapitel IV) gebildet wird. Die Einfachheit der Berechnung der Matrixelemente in dieser Basis hat uns geholfen, höhere kollektive Spin-Zustände mitzunehmen und damit Zustände

höheren Spins des u-g-Kerns zu beschreiben, was man bisher nicht konnte. Solche Zustände sind zum Teil auch noch nicht gemessen worden.

Die Rechnungen an Übergangskernen wie ^{189}Ir zeigen, dass in verschiedenen Kernen ($150 < A < 190$) Übergänge von prolater Deformation zu oblater Deformation vorkommen. Diese Übergänge kann man durch die Veränderung der Einteilchenenergien (Teilchenniveau-Wechsel) verstehen, wobei das Teilchen den Zustand mit der niedrigsten möglichen Energie sucht und damit die Deformation des Kerns ändert. Die Benutzung von mehr als einer einzigen Potential-Energie-Fläche für die verschiedenen Banden des u-g-Kerns war notwendig, um die Physik der u-g-Kernstruktur und ihre Übergänge richtig zu verstehen.

Wie in Kapitel V gezeigt wurde, stimmen die theoretisch berechneten Spektren mit den experimentellen sehr gut überein. Selbst für die hochenergetischen Nebenbanden werden sie recht gut reproduziert.

Das Modell ist allgemein genug, um es auch auf andere u-g-Kerne als die hier untersuchten anzuwenden. Diese Allgemeinheit wurde allerdings mit einer aufwendigeren Rechnung im Vergleich zu spezielleren Modellen (konstante Fermikante oder spezielle kollektive Grenzfälle) erkauft.

In dieser Arbeit wurde in Kapitel VI gezeigt, dass das "Interacting Boson-Fermion Model of Collective States in Odd-A Nuclei (IBFM)" (75) in unsere Darstellungsweise überführt werden kann. Allerdings enthält unser Modell Terme in

der Wechselwirkung des Einzelteilchens mit dem Rumpf, die im IBFM (75) nicht beschrieben werden können. Das letztere Modell hat Schwierigkeiten bei der Bestimmung der Parameter der Fermionen-Bosonen-Wechselwirkung. Im Gegensatz dazu müssen wir keine neuen Parameter für den u-g-Kern in unserem Modell einführen, so dass diese Schwierigkeit bei uns entfällt.

Literaturverzeichnis

- (1) A. Bohr, Mat. Fys. Medd. 26, 14 (1952)
- (2) A. Faessler, Nucl. Phys. 59 (1964) 117
- (3) L.A. Malov, V.G. Soloviev und U.M. Fainer,
Joint Int. for Nuclear Research, Dubna report
E4-4224 (1968)
- (4) J. Meyer-ter-Vehn, Nucl. Phys. A 249, (1975) 111
- (5) H. Toki und A. Faessler, Nucl. Phys. A 253 (1975) 231
- (6) A. Faessler und R.K. Sheline, Phys. Rev. 148 (1966) 1003
- (7) S.E. Larsson, G. Leander, I. Ragnarsson und G. Alenius,
Nucl. Phys. A 261 (1976) 77
- (8) G. Leander, Nucl. Phys. A 273 (1976) 286
- (9) F. Döna u und S. Fraundorf, Phys. Lett. 71 B, 2 (1977);
F. Döna u und S. Fraundorf, Proc. Int. Conf. Nuclear
Structure, Tokyo, 1977;
J. Phys. Soc. Japan 44 (1978) Suppl. P 526-531
- (10) Ch. Droste, D. Chlebowska, J. Dobaczewski, F. Döna u,
A. Kerek, G. Leander, J. Srebing, W. Walus,
Reprint des Instituts für Experimentelle Physik,
Warsaw Universität, (1979)
- (11) F. Döna u und H. Hagemann, Z. Physik A 293 (1979) 31
- (12) G. Gneuss und W. Greiner, Nucl. Phys. A 171 (1971) 449
G. Gneuss, Dissertation, Universität Frankfurt/M. (1970)
G. Gneuss, U. Mosel und W. Greiner, Phys. Lett. 30 B
(1967) 397
- (13) J.M. Eisenberg und W. Greiner "Nuclear Models", North-
Holland, Amsterdam (1975)

- (14) A. Bohr und B. Mottelson "Nuclear Structure",
W. Benjamin Inc., New York, vol. I (1969), vol. II (1975)
- (15) M. Sedlmayer, Dissertation, Universität Frankfurt/M. (1976)
- (16) P.O. Hess, Dissertation, Universität Frankfurt/M. (1978)
und (1980)
- (17) U. Schneider, Dissertation, Universität Frankfurt/M. (1976)
- (18) E. Chacon, M. Moshinsky und R.T. Sharp, J. Math. Phys.
17 (1976) 668;
E. Chacon und M. Moshinsky, J. Math. Phys., 18 (1977)
- (19) V.G. Zelevinsky, Nordita preprint 80/7, Copenhagen (1980)
- (20) S.G. Rohozinski, J. Phys. G: Nucl. Phys. 4 (1978) 1075
- (21) Kumar, Baragner, Nuclear Physics A 92 (1967) 608;
A 92 (1967) 653; A 122 (1978) 241; A 122 (1968) 273
- (22) Noack, Nucl. Phys. A 108 (1968) 493-496
- (23) P.O. Hess, private communication, Universität Frankfurt/M.
- (24) G. Baumgärtner, P. Schuck "Kernmodelle", B.I. Verlag,
Mannheim
- (25) T. Morovic, Dissertation, Universität Frankfurt/M. (1974)
- (26) J. Ragnarsson, Proc. Int. Conf. on the Properties of
Nuclei far from the Region of Beta-Stability, CERN
70-30, P 847 (1970) Ch. Gustaffson-ibid. P 654 (1970)
- (27) S.A. Moszkowski, Handbuch d. Physik, Bd. XXXIX,
Springer-Verlag, Berlin 1957
- (28) Weller, Fortschritt der Physik 19 (1971) 201-299
- (29) J.A. Maruhn, W. Greiner, P. Lichtner, D. Drechsel,
IAEA-SM-174/102, vol. 1, Wien
- (30) S.T. Belyaev und V.G. Zelevinski, Soviet Journal of
Nuclear Physics, vol. 16, 6 (1973) 657

- (31) S.T. Belyaev-Vorlesungen in der Akademie der Wissenschaft, Siberian Division, Institut für Kernphysik; Developments and Bordenlines of Nuclear Physics (1972), 35 Corso, Academic Press Inc., New York
- (32) Morse und Fisbach, "Methods of Mathematical Physics", McGraw-Hill Book Company, Inc. (1953)
- (33) H. Sagan, "Boundary and Eigenvalue Problems in Mathematical Physics, John Wiley and Sons, Inc. New York (1961)
- (34) N.N. Bogolyubov, Soviet Phys. Uspekhi 2 (1959) 236 (Uspekhi Fiz. Nauk 67 (1959) 549)
- (35) A.R. Edmonds, "Drehimpuls in der Quantenmechanik", Hochschultaschenbücher, Verlag Mann (1960)
- (36) A. de Shalit und I. Talmi, "Nuclear Shell Theory" (Academic Press, New York - London (1963))
- (37) Fletcher und Reeves, Computer Journal, vol. 7, ISS. 2 (1964) 149-154
- (38) S.G. Nilsson, Kgl. Danske Videns. Selsk. Mat. Fys. Medd. 29 (1955) 16
- (39) A. Bohr und B. Mottelson, Kgl. Danske Videnskab, Selsk. Mat. Fys. Medd. 27 (1953) 16; D.R. Bes, Nucl. Phys. 10 (1959) 373
- (40) T.M. Corrigan, F.J. Margetan und S.A. Williams, Phys. Rev. C 14 No. 6 (1976) 2279
- (41) A. Gheorghe, A.A. Raduta und V. Ceaurescu, Z. Phys. 268 (1974) 401
- (42) A.B. Migdal und V.P. Krainer "Approximation Methods of Quantum Mechanics", NEO Press (1968)
- (43) P.O. Hess, J. Phys. G: Nucl. Phys., vol. 4, No. 3 (1978)
- (44) M. Abramowitz und I.A. Stegun, "Handbook of Mathematical Functions", Dover Publications, Inc., New York (1970)

- (45) I.S. Gradshteyn und I.M. Ryzhik, "Table of Integrals Series and Products", Academic Press, New York - San Francisco - London (1965)
- (46) K.T. Hecht und G.R. Satchler, Nucl. Phys. 32 (1962) 286
- (47) H. Goldstein, "Klassische Mechanik", Akademische Verlagsgesellschaft, Wiesbaden (1978)
- (48) A.S. Davydov, Soviet Physics JETP, vol. 36 (9), No. 5 (1959);
A. Bohr, "Rotational States of Atomic Nuclei", Ejnar Munsksgaards Forlag, Kobenhagen (1954);
G.E. Brown, "Unified Theory of Nuclear Models and Forces", North-Holland, Amsterdam (1967)
- (49) Herzberg, "Molecular Spectra and Molecular Structure".
vol. I und II, D. van Nostrand Company, Inc. (1966)
- (50) G. Lasine van Winter, Physica 20 (1954) 274
- (51) K. Gottfried, Phys. Rev., vol. 103, No. 4 (1956)
- (52) Steven A. Moszkowski, Phys. Rev., vol. 99, No. 3 (1955)
- (53) W. Ogle und S. Wahlborn, R. Piepenbring und S. Fredrikson, Rev. Mod. Phys., vol. 43, No. 3 (1971)
- (54) D.A. Arseniev, A. Sobiozewski, V.G. Soloviev, Nucl. Phys. A 126 (1969) 15
- (55) A.S. Davydov, A.A. Chaban, Nucl. Phys. 20 (1960) 499
- (56) Mitsuo Sakai, Nucl. Data Tables 10 (1972) 511
- (57) R. Graetzer, G.B. Hagemann, K.A. Hagemann und B. Elbek, Nucl. Phys. 76 (1966) 1;
J.H. Hett und D.A. Lind, Nucl. Phys. A 155 (1970) 182
- (58) Nuclear Data Sheets, vol. 17, No. 1
- (59) H.C. Cheung, D.G. Burke und G. Lovhoiden, Can. J. Phys., vol. 52 (1974);

- G. Winter, L. Funke, K. Homuth, K.H. Kaun, P. Kemnitz und D. Sodan, Nucl. Phys. A 151 (1970) 337
- (60) R.J. Prayor und J.X. Saladin, Phys. Rev. C 1 (1970) 1573
- (61) W. de Wiedawik, I. Ragnarsson, S.E. Larsson, G. Leander, Ch. Vieu und J.S. Dionisio, Proc. 3rd Int. Conf. Nuclei far from Stability, CERN 76-13
- (62) S. Andre, J. Bontet, J. Rivier, J. Treherne, J. Jastrzebski, J. Lukasiak, Z. Sujkowski und G. Sebille-Schück, Nucl. Phys. A 243 (1975) 229
- (63) P. Kemnitz, L. Funke, H. Sodan, E. Will und G. Winter, Nucl. Phys. A 245 (1975) 221-242
- (64) A. Bäcklin, V. Berg und S.G. Malmskog, Nucl. Phys. A 156 (1970) 647
- (65) V.G. Soloviev, Phys. Lett. 21 (1966) 311
- (66) T. Yamazaki, K. Nishiyama und D.L. Hendrie, Nucl. Phys. A 209 (1973) 153;
S.W. Yates, J.C. Cunnane, R. Hochel und P.J. Doby, Nucl. Phys. A 222 (1974) 301;
R. Thompson et al., Nucl. Phys. A 245 (1975) 444
- (67) M. Finger et al., Nucl. Phys. A 188 (1972) 369
- (68) C.M. Leander, J.M. Hollander und I. Perlman, Tables of Isotopes, 6th edition, Wiler, New York (1967)
- (69) I. Hamamoto und T. Udagawa, Nucl. Phys. A 126 (1969) 241
- (70) A. Faessler, W. Greiner und R.K. Sheline, Nucl. Phys. 80 (1965) 417;
A. Faessler, W. Greiner und R.K. Sheline, Nucl. Phys. 62 (1965) 241;
A. Faessler, W. Greiner und R.K. Sheline, Nucl. Phys. 70 (1965) 33;
B.R. Mottelson und J.G. Valatin, Phys. Rev. Lett. 5 (1960) 551

- (71) H.A. Smith und F.A. Rickey, Phys. Rev. C, vol. 14, No. 5
- (72) D.R. Bes, S. Landawne und M.A.J. Mariscotti, Phys. Rev. vol. 166, No. 4 (1968)
- (73) A. Bohr und B.R. Mottelson, Proc. Int. Conf. Nucl. Structure, Tokyo (1977);
J. Phys. Soc. Japan 44 (1978), Suppl. 157-172
- (74) A.B. Migdal und V.R. Krainov, "Approximation Methods of Quantum Mechanics", NEO Press (1968)
- (75) F. Iachello und O. Scholten, Phys. Rev. Lett., vol. 43, No. 10 (1979)
- (76) A. Arima und F. Iachello, Phys. Rev. Lett., vol. 35 (1975) 1069
- (77) O. Castano, E. Chacon, A. Frank und M. Moshinsky, J. Math. Phys. 20 (1979) 1
- (78) M. Moshinsky, Nucl. Phys. A 338 (1980) 156-166

Lebenslauf

Am 26. September 1947 wurde ich als Tochter des Geschäftsmannes Hassan Abou-El-Naga und seiner Ehefrau Soraya in Kairo/Ägypten geboren.

Von 1951 bis 1959 besuchte ich die Primary School in Beni Suef (Ägypten), anschliessend die dortige Secondary School, wo ich 1963 Abitur machte.

Von 1963 bis 1968 studierte ich an der Universität Kairo Elektrotechnik und legte 1968 die B.Sc.-Prüfung (Bachelor of Science of Engineering) ab.

Von 1969 bis 1975 war ich wissenschaftliche Assistentin am Engineering College in Kairo. Gleichzeitig begann ich mit dem Studium der Physik an der Universität Kairo, welches ich 1976 mit dem "Master degree of Science" abschloss.

Seit 1976 bin ich Doktorandin bei Herrn Professor Dr. W. Greiner am Institut für Theoretische Physik der J.W. Goethe-Universität in Frankfurt/M.

Ich bin verheiratet und habe eine Tochter.

Meine akademischen Lehrer waren:

In Deutschland

Prof. Dr. W. Greiner, Prof. Dr. J. Maruhn, Prof. Dr. B. Müller, Prof. Dr. W. Scheid, Prof. Dr. E. Schopper, Prof. Dr. R. Bass, Prof. Dr. Th. Elze, Prof. Dr. F. Constantinescu, Dr. E. Heppner, Dr. B. Mrowka.

In Ägypten

Prof. Dr. M. El-Nadi, Prof. Dr. M. Nashed, Prof. Dr. M. Yusef,
Prof. Dr. A. Abul-Magd, Prof. Dr. A. Osman, Prof. Dr. O. El-Faruk.

Danksagung

Ganz besonders möchte ich meinem verehrten Lehrer Herrn Professor Dr. W. Greiner für die Anregung zur Beschäftigung mit den kollektiven Modellen und für die sehr gute wissenschaftliche Betreuung danken.

Weiterhin gilt mein Dank Herrn Professor Dr. J.A. Maruhn für viele wertvolle Ratschläge. Für die hilfreichen Diskussionen mit den Mitarbeitern des Instituts für Theoretische Physik möchte ich mich auch herzlich bedanken, vor allem bei meinen Kollegen Dr. P.O. Hess, M. Seiwert, Dr. G. Rohozinski, Dr. V. Oberacker, H. Peitz, J. Hahn, H.J. Lustig und W. Schäfer. Für die grosse Mühe, die Arbeit in gutes Deutsch zu fassen, bin ich meinen Kollegen Dr. U. Heinz und H. Peitz sehr dankbar.

Bei Dr. U. Heinz und bei Gerd Schmidt möchte ich mich für die angenehme Atmosphäre im gemeinsamen Arbeitszimmer bedanken.

Herrn Professor Dr. Moshinsky, der mir bei der Einarbeitung in die Theorie der kollektiven Modelle sehr geholfen hat, möchte ich ebenfalls an dieser Stelle meinen Dank aussprechen. Für seine rege Unterstützung sei auch Herrn Professor Dr. B. Müller herzlich gedankt.

Frau Annemarie Tüpker sage ich Dank für ihre Freundschaft und Hilfsbereitschaft.

Schliesslich schulde ich Frau B. Utschig grossen Dank für das sorgfältige Zeichnen der Figuren und Herrn W. Brose für den sauberen Druck der Arbeit.

Die Computerzeit wurde vom Rechenzentrum der Gesellschaft für Schwerionenforschung in Darmstadt zur Verfügung gestellt.

